

文章编号: 1004-7220(2023)04-0710-08

# 全髋关节置换术中压电股骨重建的边光滑有限元分析

尚琨<sup>1,2</sup>, 王刚<sup>1,2</sup>

(1. 河北工业大学机械工程学院, 天津 300401; 2. 天津市新能源汽车动力传动与安全技术重点实验室, 天津 300130)

**摘要:**目的 针对传统有限元法(finite element method, FEM)分析全髋关节置换(total hip arthroplasty, THA)后压电股骨重建时精度低的问题,采用边光滑有限元法(edge-based smoothed finite element method, ES-FEM)对植入假体后压电股骨近端的骨重建进行仿真分析。方法 根据自适应骨重建理论,建立假体-压电股骨模型。基于模型的背景网格构建光滑域,引入梯度光滑技术,求解出光滑的重建刺激,进而得到术后压电股骨近端的密度分布。结果 植入假体后,受力点由股骨头转移到假体,出现应力屏蔽现象,股骨内部表观密度的分布发生明显变化。相比于FEM,ES-FEM在一定程度上能软化数值模型,提高仿真精度。在相同的网格下,电势和密度的求解精度分别提高27%和30%左右。结论 采用ES-FEM能够更精确地模拟出THA术后压电股骨近端的骨重建进程,为THA临床研究提供有效的理论依据。

**关键词:** 股骨近端; 全髋关节置换; 自适应骨重建; 压电效应; 边光滑有限元法

中图分类号: R 318.01 文献标志码: A

DOI: 10.16156/j.1004-7220.2023.04.011

## Edge-Based Smoothed Finite Element Analysis of Piezoelectric Femur Remodeling in Total Hip Arthroplasty

SHANG Kun<sup>1,2</sup>, WANG Gang<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China; 2. Tianjin Key Laboratory of Power Transmission and Safety Technology for New Energy Vehicles, Tianjin 300130, China)

**Abstract:** **Objective** Aiming at the low accuracy problem of the traditional finite element method (FEM) in analyzing the piezoelectric femur remodeling after total hip arthroplasty (THA), the edge-based smoothed finite element method (ES-FEM) was applied to simulate remodeling process of the piezoelectric femur after prosthesis implantation. **Methods** According to the adaptive bone remodeling theory, the prosthesis-piezoelectric femur model was established. Based on background mesh of the model, the edge-based smoothing domains were constructed. Then, the smoothed remodeling stimuli were calculated by introducing the gradient smoothing technology. The distribution of apparent density in proximal femur could be obtained. **Results** After prosthesis implantation, the stress points were transferred from the femoral head to the prosthesis. Hence, the stress shielding phenomenon occurred. The apparent density distributions changed obviously. Compared with the FEM, the ES-FEM could soften the numerical model and improve the simulation accuracy. Based on the same mesh, the computation accuracy of the potential and density was improved by about 27% and 30%, respectively. **Conclusions** The ES-FEM in this study possesses better accuracy in analyzing the bone remodeling after THA, which provides an effective theoretical basis for clinical study of artificial joint replacement.

**Key words:** proximal femur; total hip arthroplasty (THA); adaptive bone remodeling; piezoelectric effect; edge-based smoothed finite element method (ES-FEM)

收稿日期: 2022-09-20; 修回日期: 2022-11-08

基金项目: 国家自然科学基金项目(11832011, 12072099), 河北省自然科学基金项目(A2021202023)

通信作者: 王刚, 教授, 博士生导师, E-mail: wanggang@hebut.edu.cn

人体的骨骼系统由骨骼、关节和韧带构成,其中关节的作用是实现相邻骨骼的相对运动并传递载荷<sup>[1-2]</sup>。当关节的功能因疾病或创伤受损时,不仅整个骨骼的功能受到破坏,患者的正常生活也会受到重大影响<sup>[3]</sup>。多数情况下,当关节表面发生不可逆转的变化或关节功能严重受损时,更换关节是使患者恢复正常且疼痛感较低的有效方式之一<sup>[4]</sup>。在人工关节置换术中,全髋关节置换十分常见。然而在手术后,假体和股骨同时承担了原本只有股骨承担的外部载荷,导致骨骼承受的应力减小,因而出现了应力屏蔽现象。根据 Wolff 定律,应力屏蔽将会导致骨骼产生自适应骨重建,进而引起假体的松动<sup>[5]</sup>。因此,术后股骨重建过程的精确模拟,在临床研究中具有重要意义。目前常用的研究方法为数值仿真法,这是一种低成本、高效率,并且对患者友好的方法<sup>[6-7]</sup>。

有限元法(finite element method, FEM)作为一种应用广泛的数值方法,常被用于分析假体植入对骨重建的影响<sup>[8]</sup>。井野等<sup>[9]</sup>模拟健康股骨和 THA 术后股骨的骨重建过程,通过对比股骨应力分布与密度分布的变化,研究假体植入对股骨重建的影响。Gubaua 等<sup>[10]</sup>建立三维人体股骨重建模型,基于细胞动力学,模拟假体植入后与应力屏蔽相关的骨骼适应现象。Levadnyi 等<sup>[11]</sup>采用传统 FEM,评估不同假体模型对骨密度分布的影响。虽然 FEM 在 THA 术后骨重建的模拟中得到广泛应用,但是其本身存在一些缺陷:① FEM 本身的刚度“过硬”,导致其求解精度并不高;② FEM 求解精度严重依赖于网格尺寸,尺寸越小的网格得到的求解精度越高,但这也极大地增加了工作量;③ 上述研究在进行骨重建分析时,并没有考虑骨具有压电效应这一特性,而由于上述缺陷,FEM 在压电问题上的计算精度也不高<sup>[12-14]</sup>。针对上述问题,许多新的方法被相继提出。有研究团队在 FEM 的基础上引入梯度光滑技术,提出基于边光滑有限元法(edge-based smoothed finite element method, ES-FEM),使模型刚度得到有效软化,从而提高计算精度<sup>[15-16]</sup>。基于 ES-FEM,有研究团队探讨静态下的二维压电结构,获得理想的系统刚度,并取得了良好的计算结果<sup>[17]</sup>。

基于上述研究,本文建立了假体-压电股骨模

型,利用 ES-FEM 求解该模型的离散系统方程,从而得到光滑的应变能密度与电能密度。随后基于自适应骨重建理论,模拟植入假体后股骨近端骨重建的过程。结果表明,相比于 FEM,ES-FEM 可以得到更精确的仿真结果,为全髋关节置换术后压电股骨近端骨重建过程的研究提供有效参考。

## 1 理论和方法

### 1.1 自适应骨重建理论

骨骼是一个动态结构,当骨骼中的机械环境发生改变(例如出现植入物破坏内部骨形成和吸收的平衡时),骨骼就会经历适应性重建过程,导致骨表观密度的分布发生变化<sup>[18]</sup>。根据自适应骨重建理论,以能量密度  $U$  作为刺激信号控制重建过程,得到股骨内部表观密度的变化规律<sup>[19-20]</sup>:

$$\frac{d\rho}{dt} = f(\rho, t) = \begin{cases} B(U/\rho - g(1 + \omega)), & U/\rho > g(1 + \omega) \\ 0, & g(1 - \omega) \leq U/\rho \leq g(1 + \omega) \\ B(U/\rho - g(1 - \omega)), & U/\rho < g(1 - \omega) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\rho$  为骨的表观密度; $g$  为实验常数; $B$  为重构系数; $\omega$  为阈值系数,即重建激励必须偏离参考状态超过一定范围时才会触发自适应过程。

能量密度  $U$  的计算方法如下:

$$U = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{1}{2} \boldsymbol{D} \boldsymbol{E} \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}$  为应力; $\boldsymbol{\varepsilon}$  为应变; $\boldsymbol{D}$  和  $\boldsymbol{E}$  分别为电位移和电场强度。

股骨的压电效应通常被描述为力场和电场在本构关系中的耦合,这种耦合关系由密度函数  $\rho/\rho^*$  进行调节,具体可以表示为:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{D} \end{bmatrix} = \left( \frac{\rho}{\rho^*} \right)^3 \begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_E & -\boldsymbol{e}^T \\ \boldsymbol{e} & \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $\rho^*$  为表观密度的参考值; $\boldsymbol{e}$  表示压电常数矩阵; $\boldsymbol{\theta}$  为介电常数矩阵; $\boldsymbol{C}_E$  为弹性矩阵,可由泊松比  $\nu$  和弹性模量  $E$  求得。在压电骨中, $\nu = 0.3$  是常数,与密度无关; $\boldsymbol{E}$  与密度有关,随着密度的更新而更新,则

$$E = 3\ 790\ \rho^3 \quad (4)$$

骨的压电效应主要源于内部的胶原纤维,其等价于六边形对称的晶体<sup>[21]</sup>。因此,股骨的压电常数矩阵  $\boldsymbol{e}$  和介电常数矩阵  $\boldsymbol{\theta}$  具体表示为:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{15} \\ e_{31} & e_{33} & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_{11} & 0 \\ 0 & \theta_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

假设重建过程在  $[0, T]$  的时间范围内进行, 时间步长为  $\Delta t$ 。利用一阶 Adams-Bashforth 法求解式(1), 可得到第  $n$  个迭代步中密度:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \rho_0 + \Delta t \cdot f_0 \\ \rho_{n+1} &= \rho_n + \Delta t \left( \frac{3}{2}f_n - \frac{1}{2}f_{n-1} \right), \quad n \geq 1 \end{aligned} \quad (7)$$

对于传统的 FEM, 由于其本身固有缺陷导致求解式(2)时计算精度较低, 而 ES-FEM 对系统的梯度场进行光滑处理, 可以得到更精确的重建刺激, 进而得到更接近实际情况的股骨表观密度分布。

### 1.2 基于边的梯度光滑技术

对于 ES-FEM, 其插值在离散单元内进行, 而积分则是在重新构建的光滑域内完成。因此, 在进行 THA 术后股骨的骨重建模拟时, 问题域  $\Omega$  首先被离散为一系列 3 节点三角形单元。然后基于离散单元的边, 问题域被进一步划分为一系列光滑域  $\Omega_k^s$ , 满足  $\Omega = \cup_{k=1}^{N_{SDs}} \Omega_k^s$  且  $\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset, \forall i \neq j$ ; 其中  $N_{SDs}$  代表光滑域数目, 即背景网格中边的数目。图 1 展示了二维问题中 ES-FEM 光滑域的构造方式。对于内部单元的边  $k$ , 顺次连接边的两个端点与相邻两个单元的中心点构成光滑域。对于问题域边界处的边, 其所在单元中点和边  $k$  两个端点连线构成的三角形区域即为该边的光滑域。

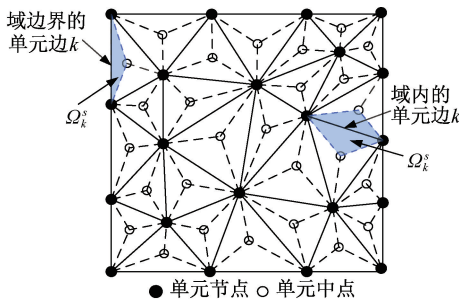


图 1 边光滑域构造方式

Fig.1 Construction of edge-based smoothing domain

在 ES-FEM 中, 任意单元内部的位移  $\mathbf{u} = \{u, v\}^T$  和电势  $\varphi$  可以分别由单元内各个节点的位移  $\mathbf{d}_i$  和

电势  $\varphi_i$  线性插值得到:

$$\mathbf{u}(x) = \sum_{i=1}^3 N_i(x) \mathbf{d}_i \quad (8)$$

$$\phi(x) = \sum_{i=1}^3 N_i(x) \varphi_i \quad (9)$$

式中:  $N_i$  为单元节点  $i$  的形函数值。

引入梯度光滑技术, 在光滑域内对应变和电场强度进行光滑操作可得到:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_k = \int_{\Omega_k^s} \boldsymbol{\varepsilon} \bar{W}(x, x - x_k) d\Omega \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{E}}_k = \int_{\Omega_k^s} \mathbf{E} \bar{W}(x, x - x_k) d\Omega \quad (11)$$

式中:  $\bar{W}$  为 Heaviside 型分段函数, 具体可写为

$$\bar{W}(x, x - x_k) = \begin{cases} \frac{1}{A_k^s}, & x \in \Omega_k^s \\ 0, & x \notin \Omega_k^s \end{cases} \quad (12)$$

$A_k^s$  为光滑域  $\Omega_k^s$  的面积。

将式(12)代入式(10)和(11)中, 压电股骨模型的光滑梯度场可以进一步表示为:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_k = \sum_{i=1}^{S_k} \bar{\mathbf{B}}_{ui}(x_k) \mathbf{d}_i \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{E}}_k = - \sum_{i=1}^{S_k} \bar{\mathbf{B}}_{\phi i}(x_k) \varphi_i \quad (14)$$

式中:  $S_k$  为光滑域内支持节点的总数;  $\bar{\mathbf{B}}_{ui}$  和  $\bar{\mathbf{B}}_{\phi i}$  分别为光滑应变矩阵和光滑电场强度矩阵

$$\bar{\mathbf{B}}_{ui} = \begin{bmatrix} b_{ix} & 0 \\ 0 & b_{iy} \\ b_{iy} & b_{ix} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{B}}_{\phi i} = \begin{bmatrix} b_{ix} \\ b_{iy} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中:

$$b_{ij} = \frac{1}{A_k^s} \int_{\Gamma_k^s} N_i \mathbf{n}_j d\Gamma \quad (j = x, y) \quad (17)$$

$\mathbf{n}_j$  代表边界  $\Gamma_k^s$  外法向向量的分量。

将式(13)和(14)代入式(2)中, 可得到光滑域内的骨重建激励, 具体表示为:

$$U_k^s = \frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_k^T \bar{\boldsymbol{\sigma}}_k + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{D}}_k^T \bar{\mathbf{E}}_k \quad (18)$$

### 1.3 压电股骨的离散系统方程

在假体-压电股骨模型中, 利用式(13)和(14), 可以得到问题域内的能量总和, 即泛函

$$L = \int_{\Omega} \left( -\frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{D}}^T \bar{\mathbf{E}} + \mathbf{u}^T \mathbf{f}_B \right) d\Omega + \int_{\Gamma} (\mathbf{u}^T \mathbf{f}_s - \phi^T \mathbf{q}_s) d\Gamma \quad (19)$$

根据哈密顿变分原理, 能量泛函  $L$  的变分形式具体表示为:

$$\int_{\Omega} (-\delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \bar{\mathbf{D}}^T \delta \bar{\mathbf{E}} + \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_B) d\Omega + \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_s - \delta \phi^T \mathbf{q}_s) d\Gamma = 0 \quad (20)$$

将式(3)代入式(20)中, 可得到

$$\int_{\Omega} \left( \left\{ \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \quad \delta \bar{\mathbf{E}}^T \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_E & -\mathbf{e}^T \\ \mathbf{e} & \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \delta \bar{\mathbf{E}} \end{matrix} \right\} - \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_B \right) d\Omega - \int_{\Gamma} (\delta \mathbf{u}^T \mathbf{f}_s + \delta \phi^T \mathbf{q}_s) d\Gamma = 0 \quad (21)$$

经整理得到植入假体后压电骨的离散系统方程:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^T & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d} \\ \boldsymbol{\varphi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_t \\ \mathbf{Q}_t \end{Bmatrix} \quad (22)$$

式中:  $\mathbf{F}_t$  为系统受到的外力;  $\mathbf{Q}_t$  为系统受到的电激励, 具体可以表示为:

$$\mathbf{F}_t = \int_{\Omega_k^s} \mathbf{N}_u^T \mathbf{f}_B d\Omega + \int_{\Gamma_k^s} \mathbf{N}_u^T \mathbf{f}_s d\Gamma \quad (23)$$

$$\mathbf{Q}_t = \int_{\Gamma_k^s} \mathbf{N}_{\phi}^T \mathbf{q}_s d\Gamma \quad (24)$$

应变刚度矩阵、应变-电势刚度矩阵、电势刚度矩阵的计算公式如下:

$$\mathbf{K}_{uu} = \left( \frac{\rho}{\rho^*} \right)^3 \sum_{k=1}^{N_s} \bar{\mathbf{B}}_{uk}^T \mathbf{C}^E \bar{\mathbf{B}}_{uk} A_k^s \quad (25)$$

$$\mathbf{K}_{u\phi} = \left( \frac{\rho}{\rho^*} \right)^3 \sum_{k=1}^{N_s} \bar{\mathbf{B}}_{uk}^T \mathbf{e}^T \bar{\mathbf{B}}_{\phi k} A_k^s \quad (26)$$

$$\mathbf{K}_{\phi\phi} = \left( \frac{\rho}{\rho^*} \right)^3 \sum_{k=1}^{N_s} \bar{\mathbf{B}}_{\phi k}^T \boldsymbol{\theta} \bar{\mathbf{B}}_{\phi k} A_k^s \quad (27)$$

## 1.4 基于 ES-FEM 的骨重建

**1.4.1 骨重建的模拟流程** 本文采用 MATLAB 软件开发了 THA 术后压电股骨重建的 ES-FEM 代码程序, 具体步骤如下: ① 利用 3 节点三角形单元离散假体-压电股骨模型, 基于背景网格创建光滑域; ② 输入迭代天数  $T$ 、迭代步长  $\Delta t$  以及材料参数包括刚植入假体时的密度  $\rho_0$ 、压电矩阵  $\mathbf{e}$  以及介电矩阵  $\boldsymbol{\theta}$ ; ③ 根据骨表观密度, 更新弹性模量  $E$  和密度函数  $\rho_n/\rho^*$ ; ④ 完成光滑域内刚度矩阵、外部载荷

向量的求解与组装; ⑤ 施加边界条件并求解线性方程组, 获得各个节点的位移值和电势值, 进而得到各个光滑域的应变和电场强度; ⑥ 利用密度变化率函数求解股骨内部的表现密度分布  $\rho_n$ , 然后重复步骤③~⑥, 直至迭代天数为  $T$  或骨密度不再发生变化(见图 2)。

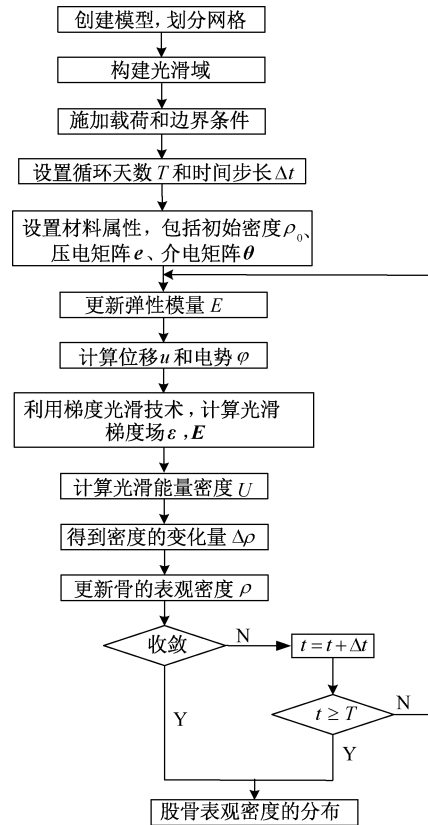


图 2 压电骨重建边光滑有限元模拟流程

Fig. 2 Edge-based smoothed finite element simulation flow of the piezoelectric bone remodeling

**1.4.2 材料属性与重建参数** 表 1 列出了在模拟过程中用到的重建系数和材料参数, 其中假体材料选用钛合金。

**1.4.3 载荷及约束条件** 进行 THA 术后骨重建模拟时, 首先需要得到刚植入假体时股骨的初始密度, 完整的股骨模型见图 3(a)。采用 2.5 mm 的 3 节点三角形单元对问题域进行离散, 节点总数为 1 463, 单元总数为 2 699。为模拟 THA 操作, 首先从股骨小转子处上方约 1.5 cm 处至股骨颈外侧大转子根部进行切除, 然后将选好的假体插入股骨中, 建立 THA 术后假体-压电股骨模型[见图 3(b)]。



表1 模拟过程中使用的参数值<sup>[22]</sup>

Tab. 1 Values of parameters used in the simulation process<sup>[22]</sup>

参数	符号	数值	单位
重构系数	$B$	1	$(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})^2\cdot(\text{Pa}\cdot\text{d})^{-1}$
压电常数	$e_{31}$	1.507 65	$\text{mC}\cdot\text{m}^{-2}$
	$e_{33}$	1.872 09	$\text{mC}\cdot\text{m}^{-2}$
	$e_{15}$	3.576 43	$\text{mC}\cdot\text{m}^{-2}$
	$e_{14}$	17.882 15	$\text{mC}\cdot\text{m}^{-2}$
介电常数	$\theta_{11}$	88.54	$\text{nF}\cdot\text{m}^{-1}$
	$\theta_{33}$	106.248	$\text{nF}\cdot\text{m}^{-1}$
初始密度	$\rho_0$	800	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
表观密度参考值	$\rho^*$	1	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
骨密度最大值	$\rho_{\max}$	1 740	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
骨密度最小值	$\rho_{\min}$	10	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
假体弹性模量	$E_p$	110	GPa
假体泊松比	$\nu_p$	0.3	

该模型的离散方式与完整股骨模型保持一致,去掉股骨头后模型的节点数为 1 197,单元数为 2 172。为了更好地验证 ES-FEM 在 THA 术后骨重建仿真过程中的精度,将 ANSYS 中 6 节点三角形单元得到的计算结果作为参考解,单元总数为 8 665,节点总数为 17 748,远大于编程所用的节点数[见图 3(c)]。因此,将其作为参考解是合理且可信的。

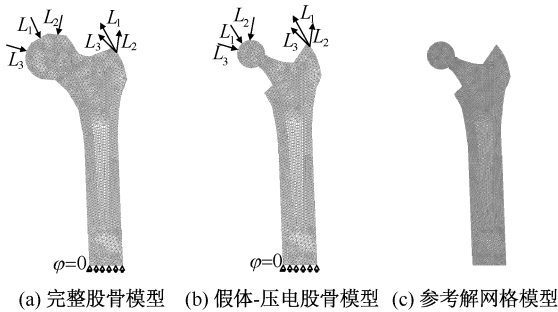


图3 计算模型及边界条件

Fig. 3 Computational models and boundary conditions

(a) The whole femur model, (b) The prosthesis-piezoelectric femur model, (c) The mesh model of the reference

通过对比可知,植入假体后,接触力的受力点由股骨头变为假体,受力情况发生变化。约束条件保持不变,即股骨底部最左端完全固定且电势为零,底部其余部分仅限制垂直方向上的运动。股骨所承受载荷由 3 种情况所替代,即单腿站立(case 1)、髋外展(case 2)和髋内收(case 3)。每种载荷情况都包括作用在股骨头处的接触力和转子处肌肉产生的反力,3 种载荷情况见表 2<sup>[23]</sup>。

表2 不同载荷情况对比

Tab. 2 Comparison of three loading cases

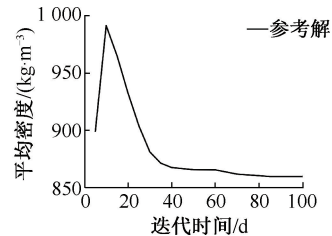
载荷	循环次数/ ( $\text{d}^{-1}$ )	$F$ / N	$F$ 方向/ ( $^\circ$ )	$F'$ / N	$F'$ 方向/ ( $^\circ$ )
1	6 000	2 317	21	703	28
2	2 000	1 458	-15	351	-8
3	2 000	1 545	56	468	35

注:所给角度均相对矢状面。 $F$  为接触力; $F'$  为肌肉反力。

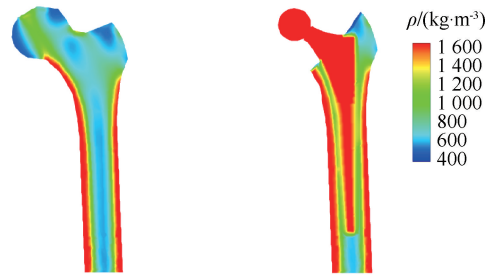
## 2 结果

### 2.1 假体刚植入时的股骨密度

本文首先利用 ANSYS 对完整压电股骨的骨重建过程进行模拟,得到完整股骨的密度分布。由图 4(a)可知,100 d 时股骨平均密度不再发生变化,重建过程趋于稳定[见图 4(a)]。此时,股骨内部表观密度的分布如下:① 股骨的皮质骨已经形成;② 股骨近端松质骨分布符合实际情况;③ Ward's 三角区的低密度区域已经清晰地显露出来[见图 4(b)]。所得结果符合股骨近端密度分布的基本特征,故可以作为置换术开始时股骨内部的初始密度<sup>[24]</sup>。置换术后,股骨头被切除,从而得到刚植入假体时股骨的初始密度[见图 4(c)]。



(a) 完整股骨平均密度变化曲线



(b) 完整股骨密度分布 (c) 刚植入假体时股骨密度分布

图4 完整股骨平均密度变化曲线与模型密度分布

Fig. 4 Change curve of average density in the whole femur and density distributions of the models (a) Change curve of average density in the whole femur, (b) Density distribution of the whole femur, (c) Density distribution of the femur at the moment of implant placement

### 2.2 THA 后压电股骨的骨重建

术后第 100 天, 观察 ES-FEM、FEM 以及参考解得到的股骨内部总位移分布发现, FEM 和 ES-FEM 得到的位移分布趋势与参考解相同。但是与 FEM 相比, 尤其是在骨干上半部分和转子区域, ES-FEM 的位移分布与参考解更加接近[见图 5(a)]。

由于在 THA 术后的重建过程中考虑了股骨的压电效应, 故可以得到股骨内部第 100 天的电势分布[见图 5(b)]。结果表明, 在电势的最大值区域, ES-FEM 得到的结果与参考解更接近。为了定量描述 ES-FEM 的优势, 电势最大值误差  $e_p$  定义如下:

$$e_p = |\varphi_{num} - \varphi_{ref}| \quad (28)$$

式中:  $\varphi_{num}$  和  $\varphi_{ref}$  分别为数值解和参考解的电势最大值。

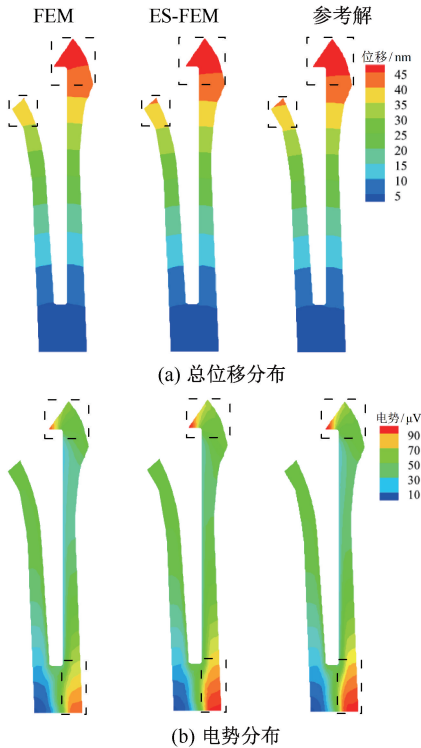


图 5 THA 后第 100 天股骨的总位移和电势分布  
Fig. 5 Displacement and electric potential distributions of the femur at the 100<sup>th</sup> day after THA (a) Total displacement distributions, (b) Electric potential distributions

表 3 列举了 0~100 d 每隔 20 d 由 ES-FEM 和 FEM 得到的电势最大值误差。可以看到, ES-FEM 得到的误差比 FEM 更小, 以第 100 天的电势为例, ES-FEM 将求解误差降低了约 27%, 说明 ES-FEM 的精度更高。

表 3 电势最大值误差对比

Tab. 3 Comparison of errors in the maximum potential 单位:  $\mu V$

迭代时间/d	FEM	ES-FEM
20	2.732 9	0.505 4
40	2.893 4	1.197 5
60	3.483 3	1.736 0
80	3.943 3	2.452 7
100	4.272 9	3.077 2

根据自适应骨重建理论, 可以获得 ES-FEM、FEM 以及参考解得到的术后 100 d 股骨密度分布[见图 6(a)]。为了更加直观地展示 THA 后股骨内部密度分布的变化情况, 图 6(b) 展示了植入假体 100 d 后与刚植入假体时的密度差值图。通过对比可知: ① 植入假体以后, 与假体接触部分的骨密度明显降低; 近端皮质骨层明显变薄; ② FEM 得到的术后 100 d 的密度分布与参考解的偏差较大, 主要体现在骨干上半部分; ③ ES-FEM 得到的股骨内部密度分布与参考解吻合程度较高, 误差较小。为了定量展示两种方法在精度上的差别, 图 6(c) 绘制了术后重建过程中股骨平均密度的变化。通过对比可以发现, FEM、ES-FEM 与参考解密度变化的趋势

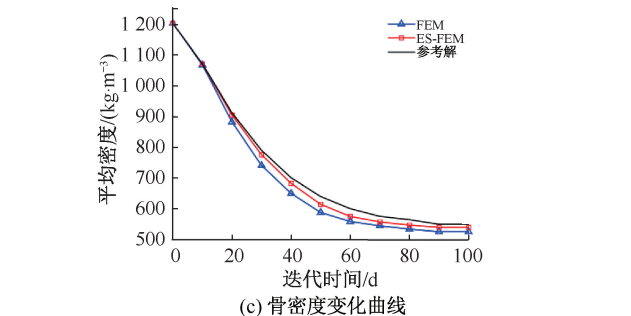
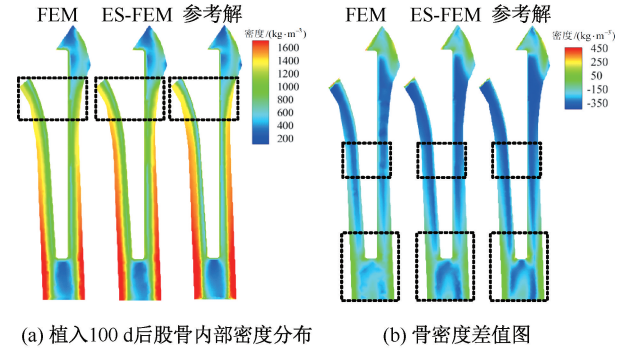


图 6 THA 后股骨内部密度变化  
Fig. 6 Density changes of the femur after THA (a) Femur density at 100<sup>th</sup> day after implant placement, (b) Difference plots of bone density, (c) Change curves of bone density

相同,但是 ES-FEM 得到的结果与参考解之间的误差更小,大约减小 30%,尤其在迭代 20 d 后对比更加明显。

### 3 讨论

针对在考虑骨压电效应的情况下传统 FEM 进行 THA 术后股骨重建模拟时精度较低的缺陷,本文构建了假体-压电股骨模型,利用 ES-FEM 对 THA 术后股骨近端的骨重建进行数值模拟,得到植入假体后股骨内部的位移、电势以及密度分布。通过与传统 FEM 得到的结果进行对比,突出 ES-FEM 在精度方面的优势。

(1) 植入假体后,接触力的受力位置发生改变,由原来的股骨头变为了假体头部。由于在模拟过程中考虑了股骨的压电效应,故与假体-压电股骨模型的边界条件相对应,得到了重建后的位移与电势分布(见图 5)。因为 ES-FEM 中引入了梯度光滑技术,适当地软化了刚度矩阵,因此,与 FEM 相比,ES-FEM 得到的位移分布与电势分布更精确,明显与参考解更接近。

(2) THA 术后,由于股骨和假体同时承担了原本只有股骨单独承担的载荷,故压电股骨内部出现了明显的应力屏蔽现象。与刚植入假体时相比,压电股骨的皮质骨区域明显变薄,骨密度显著降低。植入假体后,外侧皮质骨层由近端至远端骨密度下降程度逐渐减小[见图 6(b)]。

(3) 虽然 FEM 和 ES-FEM 都可以模拟 THA 术后压电股骨的重建过程,但是在重建过程中,ES-FEM 在精度方面具有明显优势。在 THA 术后骨重建的过程中,FEM 得到的股骨平均密度与参考解之间始终保持很大的差距,而 ES-FEM 则表现得十分稳定,其解与参考解始终非常接近[见图 6(c)]。

(4) ES-FEM 仅需要在 FEM 背景网格上进行操作,不需要额外划分新的网格,并没有增加前处理的工作量。而且由于引入了梯度光滑技术,使得 ES-FEM 具有与真实模型更接近的刚度。因此,在相同网格情况下,ES-FEM 可以得到比 FEM 更精确的 THA 术后股骨重建仿真结果。

由于植入假体后真实股骨内部的变化需要通过 CT 扫描的方式得到,因此在后续研究中,为了进一步提高模型的精确度,提升在临床研究中的

应用价值,可以借助 CT 图对此模型进行进一步的佐证。

### 4 结论

理论分析和模拟结果表明,假体植入后,股骨的受力情况发生变化,影响了股骨近端骨重建的进程。在考虑骨压电效应的情况下,本文采用的 ES-FEM 能够更精确模拟全髋关节置换后股骨重建的过程,为关节置换的临床研究提供有效参考。

### 参考文献:

- [1] ROSA N, MOURA MFSF, OLHERO S, *et al.* Bone: An outstanding composite material[J]. *Appl Sci*, 2022, 12: 3381.
- [2] KERNER J. Patient specific computer modeling of bone changes around orthopaedic implants [D]. London: University of London, 1999.
- [3] 韩树洋, 葛世荣. 人工髋关节置换术对天然股骨生物力学行为的影响[J]. *医用生物力学*, 2010, 25(6): 471-474.  
HAN SY, GE SR. Effect of total hip arthroplasty on biomechanical behaviour of natural femur [J]. *J Med Biomech*, 2010, 25(6): 471-474.
- [4] 郑晓雯, 孟惠荣. 人工髋关节承载状况下股骨柄应力的计算与分析[J]. *医用生物力学*, 2004, 19(3): 147-156.  
ZHENG XW, MENG HR. Stress calculation and analysis on the stem of artificial hip joint under loads [J]. *J Med Biomech*, 2004, 19(3): 147-156.
- [5] 赵春伶, 贾少薇, 李剑, 等. 基于 3D 打印多孔支架和植入体的结构设计研究进展[J]. *医用生物力学*, 2019, 34(4): 446-452.  
ZHAO CL, JIA SW, LI J, *et al.* Research process in structural design of porous scaffolds and implants based on 3D printing [J]. *J Med Biomech*, 2019, 34(4): 446-452.
- [6] 雷周激欣, 王冬梅, 王春慧, 等. 骨功能适应性骨重建模型及数值模拟[J]. *中国生物医学工程学报*, 2014, 31(2): 227-232.
- [7] ZAGANE MES, BENOUIS A, MOULGADA A, *et al.* Biomechanical behaviour of the total hip prosthesis subjected to normal gait cycle load; Identification of the damage in the cement mantle [J]. *J Serbian Soc Comput Mech*, 2020, 14(2): 14-30.
- [8] 白波, 罗林聪, 彭镰侨. 有限元法在髋关节运动力学研究中的应用进展[J]. *国际骨科学杂志*, 2018, 39(1): 24-27.
- [9] 井野, 吕林蔚, 宫赫, 等. 全髋关节置换术对股骨近端骨重建的影响[J]. *医用生物力学*, 2022, 37(1): 40-72.  
JING Y, LÜ LW, GONG H, *et al.* Effects of total hip arthroplasty on proximal femoral bone remodeling [J]. *J*

- Med Biomech, 2022, 37(1): 40-44.
- [10] GUBAUA JE, DICATI GWO, MERCURI EGF, *et al.* Simulation of bone remodeling around a femoral prosthesis using a model that accounts for biological and mechanical interactions [J]. Med Eng Phys, 2020, 84: 126-135.
- [11] LEVADNYI I, AWREJCEWICZ J, PEREIRA JT, *et al.* Numerical evaluation of bone remodeling and adaptation considering different hip prosthesis designs [J]. Clin Biomech, 2017, 50: 122-129.
- [12] 朱婷婷, 刘宝会, 王刚, 等. 基于边光滑有限元法的骨重建力电效应[J]. 医用生物力学, 2022, 37(4): 631-637.  
ZHU TT, LIU BH, WANG G, *et al.* Eelectromechanical effects of bone remodeling based on edge smoothed finite element method [J]. J Med Biomech, 2022, 37(4): 631-637.
- [13] CERROLAZA M, DUARTE V, GARZON-ALVARADO D. Analysis of bone remodeling under piezoelectricity effects using boundary elements [J]. J Bionic Eng, 2017, 14(4): 659-671.
- [14] BANSOD YD, KEBBACH M, KLUSS D, *et al.* Finite element analysis of bone remodeling with piezoelectric effects using an open-source framework [J]. Biomech Model Mechanobiol, 2021, 20: 1147-1166.
- [15] LIU GR, NGUYEN TT, LAM KY. An edge-based smoothed finite element method (ES-FEM) for static, free and forced vibration analyses of solids [J]. J Sound Vib, 2009, 320(4-5): 1100-1130.
- [16] ZENG W, LIU GR. Smoothed finite element method (S-FEM): An overview and recent development[J]. Arch Comput Methods Eng, 2018, 25: 397-435.
- [17] NGUYEN-XUAN H, LIU GR, NGUYEN-THOI T, *et al.* An edge-based smoothed finite element method for analysis of two-dimensional piezoelectric structures [J]. Smart Struct Mater, 2009, 18(6): 5022-5039.
- [18] WOLFF J. Das gesetz der transformation der Knochen [J]. Dmw Deutsche Medizinische Wochenschrift, 1893, 47: 1222-1224.
- [19] HUISKES R, WEINANS H, RIETBERGEN BV. The relationship between stress shielding and bone resorption around total hip stems and the effects of flexible materials [J]. Clin Orthop Relat Res, 1992, 274: 124-134.
- [20] 朱兴华, 周振平, 董心, 等. 长骨表面再造仿真中死区控制模型研究[J]. 中国生物医学工程学报, 2000, 19(2): 194-199.
- [21] FOTIADIS DI, FOUTSITZI G, MASSALAS CV. Wave propagation modeling in human long bones [J]. Acta Mechanica, 1999, 137(1): 65-81.
- [22] FERNÁNDEZ JR, GARCÍA-AZNAR JM, MARTÍNE R. Piezoelectricity could predict sites of formation/resorption in bone remodeling and modeling[J]. J Theor Biol, 2012, 292: 86-92.
- [23] GARCÍA JM, DOBLARÉ M, CEGOÑINO J. Bone remodeling simulation: A tool for implant design [J]. Comput Mater Sci, 2002, 25(1-2): 100-114.
- [24] 孔令燕. 人工全髋关节置换术对股骨近端骨重建的影响[D]. 长春: 吉林大学, 2012.