

文章编号:1004-7220(2015)06-0558-06

# 红细胞非惯性升力对血液流动的影响

张艳, 解海卫

(天津商业大学 机械工程学院, 天津市制冷技术重点实验室, 天津 300134)

**摘要:** **目的** 为准确模拟血流,研究红细胞变形性对血液流动的影响。**方法** 基于血液流变特性和红细胞力学特性分析,对现有血液两相流流动模型进行改进,改进模型中考虑了易变形红细胞受剪切流场或血管壁面作用而产生的非惯性升力的影响。利用改进模型对多个不同直径血管内的血液流动进行模拟。**结果** 由红细胞所受非惯性升力导致的径向运动对血管内红细胞体积分数、运动速度分布有明显影响;当血管直径为0.1~3.0 mm时,用改进模型得到的血液相对黏度的模拟值与测量值接近。**结论** 非惯性升力是血流呈现 Fahraeus-Lindqvist 效应的主要原因之一。考虑非惯性升力的改进模型可以准确模拟血液流动,为循环系统诊疗机制和细胞分选等过程的模拟提供更为准确的方法。

**关键词:** 两相流; 血流动力学; 非惯性升力; Fahraeus-Lindqvist 效应

**中图分类号:** Q 66, R 318.01 **文献标志码:** A

**DOI:** 10.3871/j.1004-7220.2015.06.558

## Effects from non-inertial lift of red blood cells on blood flow

ZHANG Yan, XIE Hai-wei (School of Mechanical Engineering, Tianjin University of Commerce, Tianjin Key Laboratory of Refrigeration Technology, Tianjin 300134, China)

**Abstract:** **Objective** To study the influence of red blood cell (RBC) deformability on blood flow, so as to make the blood flow simulation more accurately. **Methods** Based on analysis of rheological properties of blood and mechanical properties of RBCs, the existing two-phase flow model of blood was improved, and the effect of non-inertial lift force generated by the interaction between soft RBCs and shear flow or the vessel wall was considered in the improved model. The blood flow in vessels with different diameters was simulated by using this improved model. **Results** The radial motion of RBCs generated by non-inertial lift force had an obvious influence on the distribution of RBC volume fractions and blood velocity. When the vessel diameter was between 0.1-3.0 mm, the simulated relative viscosity of blood by the improved model was very close to the measured viscosity. **Conclusions**

The non-inertial lift force is one of the main reasons leading to Fahraeus-Lindqvist effect of blood, and the improved model considering the non-inertial lift force can simulate the blood flow more accurately, which provides a more accurate method for the simulation of vascular system treatment and cell sorting.

**Key words:** Two-phase fluid; Hemodynamics; Non-inertial lift force; Fahraeus-Lindqvist effect

血液流动在生物体内部生理和传热传质过程中具有重要作用,故血流动力学分析成为许多循环系统疾病诊断、治疗和人工器官、细胞分选等相关机制和技术研究过程的基础。研究表明,动脉粥样硬化与血液流动分离和回流等复杂流动现象以及血管壁

面的交变剪切应力有明显联系<sup>[1]</sup>,脑动脉瘤的形成和破裂与血流动力学因素显著相关<sup>[2]</sup>。因此,血液流动的模拟已成为许多相关研究的主要方法或重要组成部分。

建立血流模拟模型的难点在于对模型中流体血

收稿日期:2015-06-30; 修回日期:2015-08-23

基金项目:天津市自然科学基金项目(14JCQNJC12200), 国家自然科学基金项目(51076117)

通信作者:张艳, 讲师, E-mail: zhy@tjcu.edu.cn.

液的准确描述。血液由红细胞、白细胞、血小板和血浆组成。其中,血浆为牛顿流体,体积约占血液总体积的 55%;红细胞约占血液总体积的 45%,静止时为双凹圆盘状颗粒,细胞膜为很薄的脂质双层膜,膜内为血红蛋白的水溶液,属于高度可变形的充液弹性薄壳体;白细胞、血小板占血液总体积不到 1%,一般忽略不计。因此,关于血液的较准确描述是易变形红细胞颗粒在血浆内一定浓度的悬浮液。但由于红细胞数量很多,除毛细血管研究<sup>[3]</sup>外,在血液流动模拟中一般不会给出每个红细胞形状和力学特性的准确描写,而是将血液简化为单相流体<sup>[4]</sup>;或者是将红细胞视为颗粒相拟流体,用液固两相流计算求解<sup>[5]</sup>。血液中的颗粒相对局部流动细节有显著影响,红细胞对肿瘤细胞在内皮细胞上的黏附起到促进作用<sup>[6]</sup>,故将血液视为单相流体的模拟方法误差较大,主要用于粗略估计流场。而采用液固两相流模拟血液的方法,考虑了颗粒相存在对流动的影响,更符合血流的实际情况。但在模型的具体细节中,仍存在明显缺陷,即现有模型中均是将红细胞视为刚性球形颗粒。研究表明,小管血流会表现出一些异常现象<sup>[7]</sup>,如边缘血浆层、Fahraeus-Lindqvist (F-L)效应、塞子流,这些现象与红细胞的径向移动有直接关系。但刚性颗粒与可变形颗粒径向迁移的机制不同<sup>[8]</sup>,相应其迁移速度、径向颗粒浓度也不同,进而呈现不同的宏观现象、壁面剪切应力、纵向速度分布、流变特性。因此,将易变形红细胞假设为刚性球形颗粒的现有液固两相流模型,也无法准确模拟血液的实际流动。

为了更准确模拟血液流动,本文根据国内外学者对红细胞或可变形胶囊动力学特征的研究成果,总结给出了红细胞受剪切流场或血管壁面作用而产生的非惯性升力<sup>[8]</sup>随红细胞径向位置的分段表达式,以期准确模拟易变形红细胞的径向迁移过程。同时,将该非惯性升力作为血液流动动量方程的源项,建立了改进的血液两相流模型。为验证该模型的准确性,利用该模型对不同直径血管内的血液流动进行模拟,将模拟得到的血液黏度与文献中血液黏度的测量值进行对比。

## 1 模拟方法

### 1.1 两相流模型控制方程

将血液视为由主要相牛顿流体血浆和次要相拟

流体红细胞组成的两相流体,用欧拉多相流模拟方法,即引入相体积分,每一相均由各自质量和动量守恒方程描述。建立血液的两相流动力学模型,控制方程为:

质量守恒方程

$$\frac{\partial(\alpha_n \rho_n)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_n \rho_n \mathbf{v}_n) = 0 \quad (1)$$

液相动量守恒方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_f \rho_f \mathbf{v}_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mathbf{v}_f \mathbf{v}_f) = \\ - \alpha_f \nabla p + \alpha_f \rho_f \mathbf{g} + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_f + k_{sf}(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_f) + \\ \mathbf{F}_{vm,f} + \mathbf{F}_{lift,f} \end{aligned} \quad (2)$$

固相动量守恒方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_s \rho_s \mathbf{v}_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s) = \\ - \alpha_s \nabla p - \nabla p_s + \alpha_s \rho_s \mathbf{g} + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_s + \\ k_{fs}(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) + \mathbf{F}_{vm,s} + \mathbf{F}_{lift,s} \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $s$ 表示固相; $f$ 表示液相; $\rho$ 为密度; $\alpha$ 为体积分; $\mathbf{v}$ 为流速; $p_s$ 为由于颗粒运动和碰撞产生的固相压力; $\bar{\bar{\tau}}$ 为切应力; $k$ 为相间交换系数; $\mathbf{F}_{vm}$ 为虚质量力; $\mathbf{F}_{lift}$ 为升力。

### 1.2 升力方程

受限剪切流场中,在壁面和径向速度梯度的作用下,红细胞发生非对称变形,导致红细胞受到指向轴心的非惯性升力,引起红细胞的径向运动,进而影响血液宏观流场、红细胞分布及壁面切应力。因此,准确的升力方程是提高血液两相流模型准确性的必要基础。

红细胞所受升力与其在血管内的运动形式有直接关系。红细胞或与红细胞类似的可变形人造椭球胶囊(红细胞在高剪切流场中变形为长椭球<sup>[9]</sup>) 在剪切流场内的微观运动是国内外学者研究的热点问题之一。研究表明,随着内外流体黏度、切应变等参数的变化,红细胞或胶囊在流场中可能出现 3 种运动状态:① 当内、外部流体黏度比  $\lambda$  较小时,呈坦克履带(tank-treading, TT)运动;②  $\lambda$  较大时,呈翻转(tumbling, TB)运动;③ 摇摆(swinging, SW)运动,为 TT 和 TB 运动之间的过渡形式<sup>[10]</sup>。不同运动状态下红细胞的动力学特征有显著差异。红细胞呈 TT 运动时,细胞膜绕内部流体血红蛋白做履带式运动,红细胞主轴与流动方向成固定角度,流体对红细

胞产生指向轴心的升力,颗粒出现径向移动。Olla<sup>[11]</sup>通过研究剪切流场中可变形椭球胶囊获得做TT运动的胶囊的升速公式为:

$$v_1 = U(\lambda, r_2, r_3) \dot{\gamma} R^3 / h^2 \quad (4)$$

式中: $\dot{\gamma}$ 为剪切速率; $R = (a_1 a_2 a_3)^{1/3}$ 为胶囊的有效半径, $a_1, a_2, a_3$ 为胶囊的半轴长, $a_2 \leq a_1 \leq a_3$ ;  $h$ 为胶囊中心到壁面的距离; $U$ 为无量纲漂移速度, $U$ 与胶囊内、外部流体黏度比 $\lambda = \eta_{in} / \eta_{out}$ 和轴长比 $r_2 = a_2 / a_1, r_3 = a_3 / a_1$ 有关。Callens<sup>[12]</sup>用数字全息显微镜对微重力环境下剪切流中悬浮胶囊的运动进行测量,结果表明胶囊速度与Olla<sup>[11]</sup>的理论分析一致。

但对于血液流动而言,红细胞内血红蛋白黏度 $\eta_{in} = 6 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ ,血浆黏度 $\eta_{out} = 1.2 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ ,内、外流体黏度比 $\lambda$ 较大,红细胞颗粒类似刚性球体,按运动相图,红细胞应为TB运动<sup>[10]</sup>。此时,红细胞颗粒运动基本对称,颗粒所受非惯性升力应为0<sup>[13]</sup>。但实际上,由于红细胞变形的非对称性,处于TB运动的红细胞也会受到非惯性升力的影响,出现指向轴心的径向运动<sup>[14]</sup>。Grandchamp等<sup>[15]</sup>实验测量得出,TB运动的红细胞速度可采用公式(4)描述,但 $U$ 值要小于TT运动状态。当流固间曳力使用Stokes模型时,根据红细胞径向升速公式(4),此时升力服从以下关系<sup>[8]</sup>:

$$F_{\text{lift}} \sim \eta_{\text{out}} \dot{\gamma} \frac{R^4}{h^2} \quad (5)$$

由于红细胞径向速度很小,可假设红细胞处于准静态过程,进而得出红细胞升力为:

$$F_{\text{lift}} = 6\pi U \eta_{\text{out}} \dot{\gamma} \frac{R^4}{h^2} \quad (6)$$

当红细胞或胶囊颗粒处于壁面附近时,颗粒受流场和壁面的双重影响,运动和受力均与远场不同。首先,由于壁面的约束作用,红细胞的TB运动受到限制,其运动类似TT运动;其次,细胞一侧与壁面接触,出现明显不对称变形,产生较大升力。Abkarian等<sup>[16-17]</sup>对剪切流场中壁面附近的胶囊进行实验研究,通过力平衡分析得到壁面附近胶囊升力方程:

$$F_{\text{lift}} = \eta_{\text{out}} \dot{\gamma} \frac{R^3}{h} f(v) \quad (7)$$

式中: $f(v)$ 是以 $v$ 为自变量的无量纲函数; $v$ 为胶囊缩小体积,即与具有相同表面积的球体相比胶囊体

积的减少量。

综上所述,确定两相流模型中单个红细胞所受非惯性升力方程,即:红细胞中心距离壁面 $h < 5 \mu\text{m}$ 时,升力由壁面作用决定; $h > 5 \mu\text{m}$ 时,升力为剪切流场引起的非对称形变导致。

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{lift}} &= 6\pi U \eta_{\text{out}} \dot{\gamma} \frac{R^4}{h^2}, & h \geq 5 \mu\text{m} \\ F_{\text{lift}} &= \eta_{\text{out}} \dot{\gamma} \frac{R^3}{h} f(v), & 5 \mu\text{m} > h \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: $U = 0.03$ <sup>[12,15]</sup>;  $h = 0$ 处, $f(v) = 2$ <sup>[17]</sup>;  $h = 5 \mu\text{m}$ 处, $f(v) = 0$ 。因为随着红细胞远离壁面, $v$ 不断变化,假定 $h = 5 \mu\text{m}$ 处,红细胞不再和壁面接触,此时由壁面引起升力为0, $f(v) = 0$ ,并假设 $f(v)$ 随 $h$ 呈线性变化。

### 1.3 红细胞黏度

血液流动的特殊性源于血液的非牛顿行为,而导致血液非牛顿性的原因包括:红细胞的布朗运动、碰撞、聚集和变形的影响<sup>[7,18]</sup>。由于血管内为低速层流,红细胞体积远大于分子体积,红细胞的布朗运动可以忽略。红细胞在血管内顺序流过,细胞之间碰撞很少<sup>[14]</sup>,其影响可以忽略。红细胞与壁面的碰撞接触用升力方程体现。因此,红细胞的聚集和变形的描述成为流动模拟中的难点。由于血流中红细胞数量多,难以在两相流宏观控制方程中反映每个红细胞微观的聚集和变形作用。但从宏观分析,红细胞的聚集是血液在低切变率出现剪切稀化的主要原因,红细胞的变形是较高切变率下出现血液剪切稀化的决定因素<sup>[7]</sup>。反之,一个以切变率为自变量的剪切稀化黏度方程可以反映红细胞的聚集和变形对血液流动的宏观影响。因此,用剪切稀化黏度方程计算红细胞黏度成为血液两相流模拟中的一种简化方法<sup>[5,19]</sup>。本文中红细胞黏度用下列公式计算:

$$\eta_{\text{rel}} = \frac{\alpha_{\text{RBC}} \eta_{\text{RBC}} + \alpha_{\text{plasma}} \eta_{\text{plasma}}}{\eta_{\text{plasma}} m [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2}} = \quad (9)$$

式中: $\alpha_{\text{RBC}}$ 为红细胞体积分;  $\alpha_{\text{plasma}}$ 为血浆体积分;  $\eta_{\text{rel}}$ 为血液相对血浆的相对黏度;  $\eta_{\text{RBC}}$ 为红细胞黏度;  $\eta_{\text{plasma}}$ 为血浆黏度;  $\lambda$ 为时间常数,  $\lambda = 0.110 \text{ s}$ ;  $m, n$ 为常数,

$$n = 0.809 2 \alpha_{\text{RBC}}^3 - 0.824 6 \alpha_{\text{RBC}}^2 - 0.350 3 \alpha_{\text{RBC}} + 1$$

$$m = 122.28 \alpha_{\text{RBC}}^3 - 51.213 \alpha_{\text{RBC}}^2 + 16.305 \alpha_{\text{RBC}} + 1$$

### 1.4 模型参数和边界条件

流体参数如下:  $\rho_{\text{plasma}} = 1.024 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\eta_{\text{plasma}} = 1.2 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ ,  $\rho_{\text{RBC}} = 1.098 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $d_{\text{RBC}} = 8 \text{ }\mu\text{m}$ 。

边界条件为: 血浆和红细胞入口速度相同, 沿截面为均匀常数(血液两相流模型可用于稳态和非稳态情况, 为简化计算, 本文以稳态为例);  $\alpha_{\text{RBC}, \text{in}} = 0.45$ ;  $P_{\text{out}} = 0$ ; 壁面处  $U_{\text{plasma}} = 0$ 。

### 1.5 血管模型和网格划分

由于上述血液流动两相流数学模型较复杂, 为降低模拟求解过程对计算机的要求, 以单个直血管为模拟对象, 模型采用血管的二维轴对称结构(见图1)。模型采用四边形网格划分。由于模型中壁面处升力随径向坐标变化剧烈, 故径向网格节点必须足够密集, 第1个节点到壁面处距离小于  $5 \text{ }\mu\text{m}$ , 根据网格纵横比尽量接近1的原则, 由血管长度和径向节点间距确定血管长度方向节点的数量。

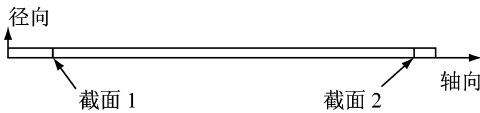


图1 血管模型示意图  
 Fig.1 Schematic of the vessel model

## 2 模拟结果

### 2.1 管内体积分数和速度分布

根据上述两相流模型, 分别模拟两种情况时血管内的流动。①情况1:  $U_{\text{in}} = 140 \text{ mm/s}$ ,  $d_{\text{vessel}} = 3 \text{ mm}$ ,  $L_{\text{vessel}} = 150 \text{ mm}$ 。②情况2:  $U_{\text{in}} = 12 \text{ mm/s}$ ,  $d_{\text{vessel}} = 0.1 \text{ mm}$ ,  $L_{\text{vessel}} = 5 \text{ mm}$ 。

图2所示为两个血管不同截面处红细胞体积分数随径向位置的分布曲线。为避免血管流动入口段和出口边界条件可能带来的影响, 选取截面1位于距离血管入口2倍流动入口段长度(假设血液为牛顿流体,  $\eta = 3.6 \text{ mPa} \cdot \text{s}$  计算得到)处, 截面2位于距离血管出口1倍入口长度处。为便于比较, 图中横坐标  $r/r_0$  为无量纲半径,  $r_0$  为血管半径。无论是大血管(情况1)还是小血管(情况2), 在壁面处红细胞体积分数均较低, 紧邻壁面处体积分数高, 在轴心附近体积分数等于入口体积分数0.45。在大血管

中, 截面1、2的红细胞体积分数变化很小, 只有壁面附近的红细胞体积分数略有变化, 轴心大部分位置红细胞体积分数未受影响。在小血管中, 截面1、2的红细胞体积分数有明显差异, 且壁面处体积分数更低, 接近0, 出现贫细胞区(边缘血浆层)。

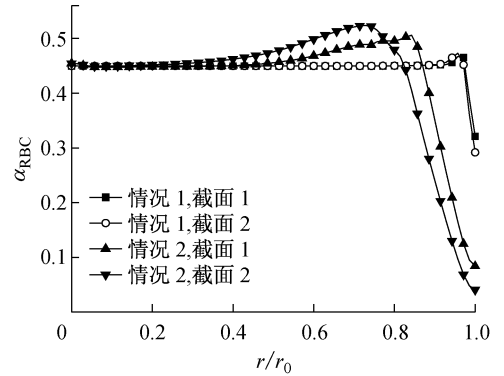


图2 红细胞体积分数随径向位置的分布  
 Fig.2 The radial distributions of RBC volume fraction

图3所示为两个血管内血液的无量纲速度随径向位置的分布。与红细胞体积分数相比, 入口边界条件对血液流场的影响距离较短, 模拟得到的截面1、2处流速基本相同, 图中只绘出截面2处速度。将两个血管无量纲速度  $U/U_{\text{in}}$  和单相层流牛顿流体的抛物线速度分布进行对比。由于颗粒相的存在, 血流出现明显的非牛顿性, 速度分布与抛物线分布有明显差异, 且血管直径越小, 颗粒相的影响越大, 差异越明显。对于大血管, 血浆和红细胞的速度基本相等, 这是因为红细胞颗粒直径小, 血浆与红细胞密度接近, 故流固相间曳力和动量交换系数大, 两相速

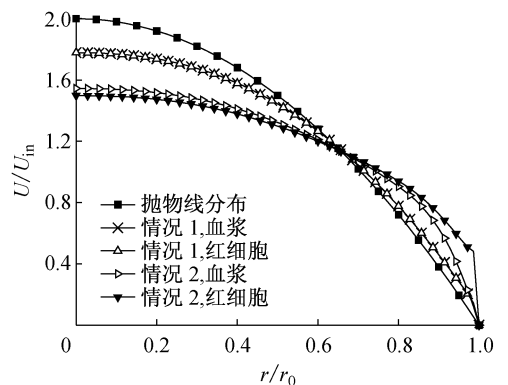


图3 血液流速随径向位置的分布  
 Fig.3 The radial distributions of blood velocity

度差趋于0。即使颗粒相和血浆相入口速度设定为不同值,在曳力作用下,两相速度差也会在较短的距离内迅速降低。而对于小直径血管,血浆和红细胞速度有一定差异,血管壁面处红细胞速度出现明显滑移。小血管轴心附近的红细胞宏观速度略小于血浆的速度,这是由于此处血液径向速率梯度很小,红细胞黏度增加导致。两个血管相比,小血管内速度径向分布曲线更平缓,流型接近塞子流。

## 2.2 血液黏度分析

F-L效应是指在直径超过1 mm的大血管中,流动血液的有效黏度为常数,而当直径为0.01~1 mm时,血液有效黏度随血管直径减小而减小的现象。红细胞径向运动是形成该现象的主要原因之一,因为径向运动将导致血管壁面附近出现红细胞较少的贫细胞区或边缘血浆层,又由于血浆的黏度低于血液表观黏度,故血液的总黏度会降低。且对于直径越小的血管,壁面处贫细胞区的红细胞体积分数越小或边缘血浆层占血管横截面的比例越大,血液总黏度越低。为测试本文提出的血液两相流修正模型的准确性和对不同直径血管的适用性,对7种直径的血管进行模拟。参考生物体内循环系统的真实情况,7种血管的直径、长度和流速设定见表1。

表1 血管参数设定值

Tab. 1 Values of the vessel parameters

血管	直径/mm	长度/mm	入口速度/(mm·s <sup>-1</sup> )
1	0.04	2	1.87
2	0.10	5	4.70
3	0.40	10	19.00
4	0.60	20	28.00
5	0.80	50	37.00
6	1.00	100	47.00
7	3.00	150	140.00

根据模拟得到的血管内压降 $\Delta p$ ,利用 Poiseuille公式,计算血液的表观黏度 $\eta_a$ ,然后根据血浆黏度 $\eta_{plasma}$ ,得到血液的相对黏度, $\eta_{rel} = \eta_a / \eta_{plasma}$ 。图4所示为根据血液黏度测量值<sup>[20]</sup>绘制的血液相对黏度与管径的关系曲线。从图4可以看出,血管直径在0.1~3 mm范围,模拟得到的黏度与黏度实验值接近;而在直径小于0.1 mm血管内,模拟结果明显小于实验值。

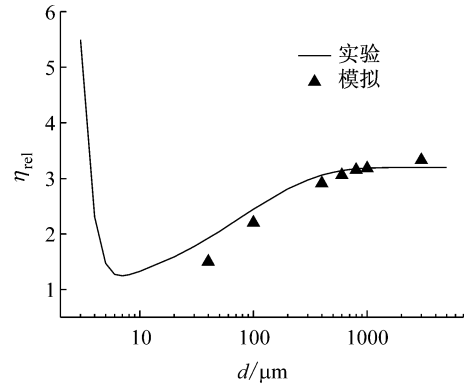


图4 血液相对黏度与管径的关系

Fig. 4 Relationship between the relative viscosity of blood and the diameters of vessels

## 3 讨论

本文在对血液的流变特性及其原因进行详细分析的基础上,提出了改进的血液两相流模型。根据现有红细胞运动特性的相关研究,总结确定了壁面和剪切流场对易变形红细胞作用的非惯性升力的分段方程,作为两相流模型中动量方程的源项;用红细胞剪切稀化黏度模型反映红细胞聚集和变形的影响。

利用该改进模型对血管内流动进行模拟。从体积分数来看,在壁面处,红细胞受壁面作用产生非对称变形,升力较大,壁面处红细胞向轴心移动,体积分数减小。在远离壁面处,升力随与壁面距离的增加而急剧减小,离开壁面作径向运动的红细胞在相间作用力和红细胞碰撞的影响下,移动速度迅速减小,体积分数出现一个极大值。和大血管相比,在小血管中,虽然升力方程相同,但壁面到轴心距离很小,整个流场内壁面距离较小,截面平均升力大,壁面或近壁面处在升力作用下进行径向移动的红细胞容易到达血管内部,故壁面处体积分数更低,相应截面上红细胞体积分数的最大值较大。从速度分布来看,血管直径越小,截面平均升力越大,红细胞的径向运动越强,相应径向方向动量交换越剧烈,因而小血管内的速度径向分布曲线更平缓。

通过对不同直径血管的模拟可知,当血管直径在0.1~3.0 mm范围时,该模型可以反映血液表观黏度随管径逐渐降低的现象,即F-L效应;当血管直

径小于0.1 mm时,本模型不再适用。这是由于当血管直径越小时,红细胞径向移动越明显,最终导致血管轴心附近的红细胞体积分数明显增加,细胞之间的碰撞和摩擦加剧,相应颗粒的碰撞黏度和摩擦黏度增加,而这一过程在模型中没有考虑。另一方面,在直径很小的血管内,流体连续性假设不再成立,上述两相流控制方程不再适用。

综上所述,本文提出的改进血液两相流模型考虑了红细胞变形导致的非惯性升力,能够更准确地模拟红细胞的径向迁移和血液流动过程,其模拟结果可以体现实际血流中出现的边缘血浆层、F-L效应以及塞子流现象。该改进血液两相流模型为研究循环系统诊疗机制和细胞分选等过程中模拟计算血液壁面剪切应力、流变特性、红细胞浓度提供了更为准确的方法。

#### 参考文献:

- [1] Malek AM, Alper SL, Izumo S, *et al.* Hemodynamic shear stress and its role in atherosclerosis [J]. *JAMA*, 1999, 282(21): 2035-2042.
- [2] Geislinger TM, Eggart B, Braunmuller S, *et al.* Separation of blood cells using hydrodynamic lift [J]. *Appl Phys Lett*, 2012, 100(18): 701-704.
- [3] Fedosov DA, Caswell B, Popel AS, *et al.* Blood flow and cell-free layer in microvessels [J]. *Microcirculation*, 2010, 17(8): 615-628.
- [4] 张弛, 韩景芸, 蒲放, 等. 颈内动脉虹吸部血流的数值计算和模型实验 [J]. *医用生物力学*, 2013, 28(1): 56-62.  
Zhang C, Han JT, Pu F, *et al.* Numerical and experimental study on steady flow in the model of internal carotid artery siphon [J]. *J Med Biomech*, 2013, 28(1): 56-62.
- [5] 柳楷, 文军, 蒋文涛, 等. 螺旋弯曲管中血液两相流动分析 [J]. *医用生物力学*, 2013, 28(2): 216-222.  
Liu K, Wen J, Jiang WT, *et al.* Numerical simulation on two-phase blood flow in a helical tube [J]. *J Med Biomech*, 2013, 28(2): 216-222.
- [6] 傅怡, 吴洁, 孙仁, 等. 造影红细胞对剪切流中肿瘤细胞黏附的影响 [J]. *医用生物力学*, 2015, 30(2): 99-105.  
Bo Y, Wu J, Sun R, *et al.* Effects of ghost red blood cells on tumor cell adhesion in shear flow [J]. *J Med Biomech*, 2015, 30(2): 99-105.
- [7] 陶祖莱. 生物流体力学[M]. 北京: 科学出版社, 1984: 118-121.
- [8] Geislinger TM, Franke T. Hydrodynamic lift of vesicles and red blood cells in flow-from Fahraeus& Lindqvist to microfluidic cell sorting [J]. *Adv Colloid Interface*, 2014, 208(1): 161-176.
- [9] Fischer TM, Stohrliesen M, Schmidtschonbein H. Redcell as a fluid droplet-tank tread like motion of human erythrocyte membrane in shear flow [J]. *Science*, 1978, 202(11): 894-896.
- [10] Abreu D, Levant M, Steinberg V, *et al.* Fluid vesicles in flow [J]. *Adv Colloid Interface*, 2014, 208(1): 129-141.
- [11] Olla P. The lift on a tank-treading ellipsoidal cell in a shear flow [J]. *J Phys II*, 1997, 12(7): 1533-1540.
- [12] Callens N, Minetti C, Coupier G, *et al.* Hydrodynamic lift of vesicles under shear flow in microgravity [J]. *Europhys Lett*, 2008, 83(2): 1-6.
- [13] Olla P. The behavior of closed inextensible membranes in linear and quadratic shear flows [J]. *Physica A*, 2000, 278(1): 87-106.
- [14] Goldsmith HL, Marlow J. Flow behaviour of erythrocytes. I. Rotation and deformation in dilute suspensions [J]. *Proc R Soc B*, 1972, 182(10): 351-384.
- [15] Grandchamp X, Coupier G, Srivastav A, *et al.* Lift and down-gradient shear-induced diffusion in red blood cell suspensions [J]. *Phys Rev Lett*, 2013, 110(10): 108-121.
- [16] Abkarian M, Lartigue C, Viallat A. Tank treading and unbinding of deformable vesicles in shear flow; Determination of the lift force [J]. *Phys Rev Lett*, 2002, 88(6): 068103.
- [17] Abkarian M, Viallat A. Dynamics of vesicles in a wall-bounded shear flow [J]. *Biophys J*, 2005, 89(8): 1055-1066.
- [18] Schmid SH, Wells R, Goldstone J. Influence of deformability of human red cells upon blood viscosity [J]. *Circ Res*, 1969, 25(2): 131-143.
- [19] Jung J, Lyczkowski RW, Dimitri G. Pulsatile flow in a coronary artery using multiphase kinetic theory [J]. *J Biomech*, 2009, 42(4): 743-754.
- [20] Pries AR, Neuhaus D, Gaehtgens P. Blood viscosity in tube flow; Dependence on diameter and hematocrit [J]. *Am J Physiol*, 1992, 15(6): 1770-1778.