

文章编号:1004-7220(2013)02-0216-07

螺旋弯曲管中血液两相流动分析

柳楷¹, 文军¹, 蒋文涛¹, 樊瑜波², 邓小燕², 郑庭辉¹

(1. 四川大学 生物力学工程省重点实验室, 成都 610065;

2. 北京航空航天大学 生物与医学工程学院, 生物力学与力生物学教育部重点实验室, 北京 100191)

摘要: 目的 经典的单相牛顿血液流动模型忽略了红细胞与血浆之间的相互作用以及血液剪切变稀性质。为解决这些问题,采用多相的非牛顿模型研究冠状动脉模型的血流动力学参数。**方法** 把血液考虑为血浆和红细胞的混合体,并用螺旋弯曲血管模型模拟冠状动脉,分析冠状动脉内红细胞的运动以及红细胞体积分数的分布情况,并与单相非牛顿血液模型的模拟结果进行对比。**结果** 单相和多相血液模型模拟下的截面壁面剪切力平均值差别不明显,但是在两相流模拟中,螺旋弯曲管下底壁面处存在明显的红细胞聚集现象,同时还分布着较低的壁面剪切力。**结论** 引用多相流数值模拟得到了螺旋弯曲管中的血流动力学参数,同时发现红细胞在螺旋弯曲管下底面处聚集的现象,这很容易诱发血栓形成,与临幊上所观察到的粥样硬化斑块经常出现在冠状动脉弯曲内侧是相符合的,可进一步说明动脉粥样硬化的发生机制。

关键词: 多相流; 红细胞; 动脉粥样硬化; 螺旋流; 剪切力; 血流动力学

中图分类号: R 318.01 文献标志码: A

Numerical simulation on two-phase blood flow in a helical tube

LIU Kai¹, WEN Jun¹, JIANG Wen-tao¹, FAN Yu-bo², DENG Xiao-yan², ZHENG Ting-hui¹ (1. Key Lab for Biomechanical Engineering of Sichuan Province, Sichuan University, Chengdu 610065, China; 2. Key Laboratory for Biomechanics and Mechanobiology of Ministry of Education, School of Biomedical Science and Medical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Objective The classic single phase Newtonian blood flow model ignores the interaction of red blood cells (RBCs) with plasma or the shear-thinning behavior of blood. Therefore, a multiphase non-Newtonian model was adopted to study hemodynamic parameters in coronary artery model. **Methods** The blood was considered as a mixture of RBCs and plasma. A helical tube was adopted to simulate the coronary artery. The movement of RBCs and the distribution of RBC volume fraction in coronary artery were analyzed, and the simulation results were compared with those by single-phase non-Newtonian blood model. **Results** The average wall shear stress (WSS) values obtained by the two models were close. But obvious RBC aggregation was observed on the inside wall of the underside of helical tube in the two-phase flow simulation, with low WSS distributions. **Conclusions** Hemodynamic parameters of the helical tube were obtained by multiphase flow simulation, and RBC aggregation were observed on the inside wall of the model. Accordingly it was concluded that the inside wall of coronary artery might be more prone to thrombosis, which is in consistent with the clinical observations. This study may help to elucidate the pathogenesis mechanism of atherosclerotic lesions.

Key words: Multiphase flow; Red blood cells; Atherosclerosis; Spiral flow; Shear stress; Hemodynamics

动脉粥样硬化现如今已成为威胁人类生命安全最严重的疾病之一,关于其成因和发展的机制一直是生物医学工程领域研究的热门课题之一。动脉粥样硬化呈现高度的病灶选择性,冠状动脉等是粥样硬化的高发区^[1]。

已有的研究尽管已经意识到血流动力学在冠状动脉粥样硬化的形成和发展过程中扮演着重要的角色^[2-3],但是迄今为止,粥样硬化潜在的发病机理仍然没有搞清楚,甚至得到一些相互矛盾或者与临床观察现象矛盾的结果。

Qiu 等^[4]通过理想的左冠状动脉模型,运用血液的单相假设发现模型弯曲内侧有较低的壁面剪切力分布。Jung 等^[5]在真实的人类右冠状动脉模型中同样运用血液的单相流假设分析血流动力学参数时,却发现在动脉模型最大弯曲处的内侧存在着较高的壁面剪切力,而临床观察表明此区域真实的壁面剪切力是较小的^[6-7]。

上述研究没能得到统一并与临床观察相符的结果,是因为运用了一种理想平均的血流动力学模型,没有将真实的血液性质考虑在内的原因。此外,有研究表明血液中红细胞、白细胞、血小板等微粒的积聚在动脉粥样硬化的形成过程中起到了关键的作用^[8],其中红细胞还可以显著增强白细胞对内皮细胞层的附着能力^[9],而运用单相计算流体力学模型不能观察模拟这些固体颗粒的运动和聚集。

血液黏度的流变模型在整个血流动力学的模拟中也是一个关键的因素。尽管非牛顿的血液模型在大直径血管中被认为对整个血液的流动参数影响较小,但是实际上血液的黏度分布对血液中微粒的迁移与聚集影响较大,当血液被考虑成是一种多相流体时,血液的非牛顿特性不可以被忽略^[10]。

真实的人类冠状动脉具有复杂的几何结构,但Caro 等^[11]证实可运用螺旋弯曲管模型在一定程度上得到近似于真实人类冠状动脉中的血流参数。因此,通过螺旋弯曲管模型模拟冠状动脉,利用计算流体力学的方法和血流动力学的理论,考虑血液两相流动和非牛顿特性的影响,进行相关的血液流动力学分析,获得的结果可以为更好研究冠状动脉中的动脉粥样硬化机制提供理论参考。

1 方法

1.1 模型与网格

所用模型与 Coppola 等^[11]模拟冠状动脉时运用的螺旋弯曲管模型相同,螺旋中心线呈三维螺旋结构,故模型是具有三维特征的。其中,血管的直径 $D = 6 \text{ mm}$,上游长度为 $20D$,下游长度为 $26D$,中间弯曲部分的半径为 $4D$,螺旋管中螺旋振幅为 $0.5D$,螺距为 61 mm 。

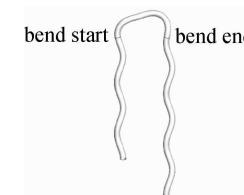


图 1 三维螺旋弯曲管模型

Fig. 1 Sketch of the three-dimensional helical tube

网格全部为非结构六面体网格,在 Gambit 2.3.16 中划分完成,整个模型网格总数为 229 031。此外由于壁面附近的速度梯度较大,为了使计算结果更加精确,在血管壁面附近建立了 10 层共 0.8 mm 厚度的边界层。

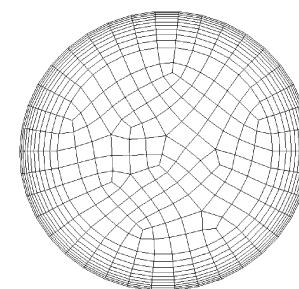


图 2 上游入口截面的模型网格

Fig. 2 Cross-section mesh of the upstream entrance

1.2 血液模型

在血液的多相非牛顿模型中,连续相是血浆,是一种牛顿流体,离散相包括红细胞、白细胞、血小板和其他一些血液微粒,其中最主要的离散相是红细胞,大约占整个血液体积分数的 $35\% \sim 50\%$,而其他的血液微粒体积分数小于 1% 。在本研究中,忽略血液中的其他微粒,采用红细胞和血浆组成的两相非牛顿血液模型。

与单相模型相比,多相血液模型中出现了体积分数的概念,进而出现了相间的质量、动量和能量的转换。红细胞和血浆的连续性方程为:

$$\frac{\partial(\rho_k \varepsilon_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \varepsilon_k \mathbf{v}_k) = 0 \quad (1)$$

式中: ρ 为密度, ε 为体积分数, k 代表红细胞和血浆, t 为时间, \mathbf{v} 为速度;而红细胞和血浆的体积分数之和为:

$$\sum_{k=1}^{np} \varepsilon_k = 1.0 \quad (2)$$

式中: np 为不同相的总数。

红细胞和血浆的动量方程为:

$$\frac{\partial(\rho_k \varepsilon_k \mathbf{v}_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \varepsilon_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k) = \varepsilon_k \rho_k \mathbf{g} - \varepsilon_k \nabla p + \nabla \cdot \varepsilon_k \tau_k + \sum_{l \neq k} \beta_{kl} (\mathbf{v}_l - \mathbf{v}_k) + \mathbf{F}_k \quad (3)$$

式中: \mathbf{g} 为重力, p 为压强, τ 为剪切力, β_{kl} 为相间的动量转换因子。

血液黏度的流变模型在整个血流动力学数值模拟中是一个关键因素。有研究表明,在描述固体体积分数较大的密悬浮流体时,运用非牛顿剪切变稀的黏度模型是十分重要的^[12]。因此,采用 Carreau-Yasuda 剪切变稀非牛顿的血液模型,多相血液模型中的混合相对黏度表示为^[13]:

$$\eta = \frac{\varepsilon_{\text{rbc}} \mu_{\text{rbc}} + \varepsilon_{\text{plasma}} \mu_{\text{plasma}}}{\mu_{\text{plasma}}} = m [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2} \quad (4)$$

式中: $\dot{\gamma}$ 为剪切率,时间常数 λ 给定为 $0.110 \text{ s}^{[14]}$, 血浆被认为是一种牛顿流体,取血浆黏度 μ_{plasma} 为固定值 $1 \text{ mPa} \cdot \text{s}^{[15]}$ 。 m, n 是与红细胞体积分数 ε_{rbc} 有关的参数:

$$\begin{aligned} m &= 122.28 \varepsilon_{\text{rbc}}^3 - 51.213 \varepsilon_{\text{rbc}}^2 + 16.305 \varepsilon_{\text{rbc}} + 1 \\ n &= 0.809 2 \varepsilon_{\text{rbc}}^3 - 0.824 6 \varepsilon_{\text{rbc}}^2 - 0.350 3 \varepsilon_{\text{rbc}} + 1 \end{aligned} \quad (5)$$

该黏度模型表示血液黏度由红细胞体积分数及剪切率共同决定。单相非牛顿血液模型中,假设红细胞体积分数固定为 45%。

1.3 螺旋流动的量化

运用螺旋度的方式来描述血液的螺旋形流动,其公式定义如下:

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{V} \cdot (\nabla \times \mathbf{V}) = \mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (6)$$

式中: \mathbf{V} 为速度矢量, $\boldsymbol{\omega}$ 为涡矢量。

根据上式,Morbiducci 等^[16]运用无量纲化的螺旋度来作为描述血管内流场的血流动力学参数,定义如下:

$$\Psi = \frac{\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\omega}}{|\mathbf{V}| |\boldsymbol{\omega}|} \quad (7)$$

无量纲化的螺旋度表示速度矢量和涡矢量之间夹角的大小,表征流动的三维特性,其值在 $[-1, 1]$ 之间,当值为 1 时,表示流动是高度三维的;若值为 0,表示流动是二维的。

本研究只考虑螺旋度强度的变化,故使用无量纲螺旋度的绝对值来描述流场的三维流动性。

1.4 边界条件和参数设置

采用商业软件 Fluent 6.3.26 进行数值模拟,在多相非牛顿血液模拟中,采用欧拉模型,其中主相为血浆,次相为红细胞,血浆密度为 1000 kg/m^3 ,黏度为 $1 \text{ mPa} \cdot \text{s}$;红细胞密度为 1178 kg/m^3 ,黏度由 c-y 模型得到。对于单相非牛顿血液模拟,采用加权平均的方式得到混合血液的密度为 1080 kg/m^3 。

对两种血液模型数值模拟,均采用相同的脉动速度入口边界条件,心脏搏动周期为 0.75 s ,速度波形近似人体冠状动脉的速度波形^[17](见图 3)。其中在多相血流动力学模拟中,红细胞和血浆采用相同的速度波形。

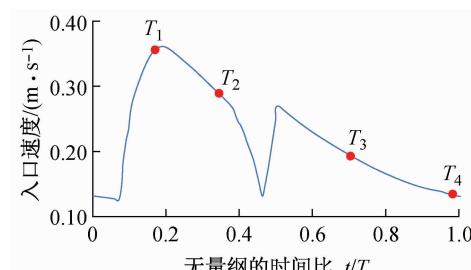


图 3 血管入口处脉动的速度波形

Fig. 3 Pulsatile inlet velocity waveform for RBCs and plasma

所取的 4 个时刻依次为 $T_1 = 0.19$ (收缩期速度增大区域); $T_2 = 0.35$ (收缩期速度减小区域); $T_3 = 0.7$ (舒张期中段); $T_4 = 0.99$ (舒张期末段)

在两种血液模型的数值模拟中,入口平均速度 $v = 0.22 \text{ m/s}$,计算得到雷诺数 $Re = 315$,故均采用层流的流动模型。出口采用压强出口的边界条件,出口压强为高于大气压 $10.2 \text{ kPa}^{[15]}$ 。此外,在两种模拟中均采用无滑移刚性壁面边界条件。

在多相非牛顿血液模型模拟中,初始时刻设定红细胞和血浆速度为0,红细胞在整个流场均匀分布,体积分数为45%,计算开始后入口处红细胞以45%的浓度均匀进入血管。

为了使流场充分发展,得到稳定的模拟数据,采用第4个周期的计算结果进行讨论分析。

2 结果

2.1 多相血液模型模拟下红细胞体积分数的分布

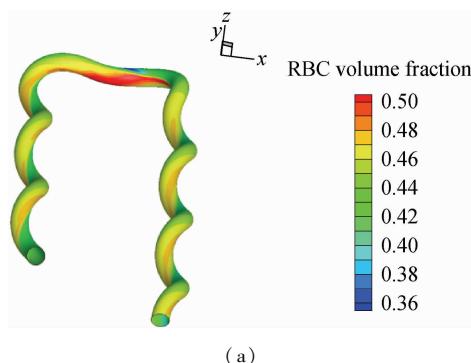
由图4(a)可见,在运用多相血液模型计算所得的结果中,红细胞在螺旋弯曲管弯曲部分的下底壁面处存在明显的聚集现象,根据图例中的颜色标度可以清晰了解到红细胞的分布情况。

由图4(b)可见,红细胞在舒张期聚集情况更加

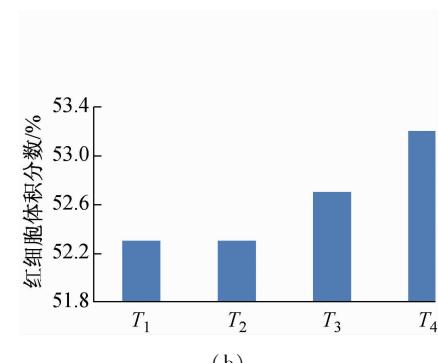
显著,其中在收缩期 T_1 时刻,弯曲部分下底面处最大的红细胞体积分数为52.3%,相当于初始体积分数的1.16倍;而在舒张期 T_4 时刻,弯曲部分下底面处最大的红细胞体积分数达到了53.2%,相当于初始体积分数的1.18倍。

2.2 多相血液模型模拟下红细胞体积分数与壁面剪切力分布的比较

由图5可见,在运用多相非牛顿血液模型计算所得的结果中,血管模型在弯曲部分的下底面处存在红细胞的积聚现象,而相同区域的壁面剪切力分布却较小。其中在弯曲部分中间截面的下底壁面处,红细胞的体积分数达到了52%,而壁面剪切力只有2.1 Pa,仅相当于中间截面壁面剪切力平均值(2.76 Pa)的76%。



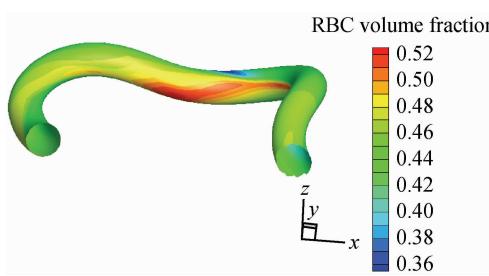
(a)



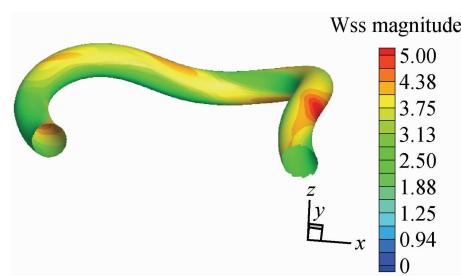
(b)

图4 红细胞体积分数分布 (a) 收缩期 T_1 时刻的红细胞体积分数云图,(b) 不同时刻螺旋弯曲管弯曲部分下底壁面处的最大红细胞体积分数值

Fig. 4 Volume fraction distributions of red blood cells (RBCs) (a) Contour map of RBC volume fraction at T_1 , (b) The maximum value of RBC volume fraction on the inner wall at different time



(a) 红细胞体积分数分布



(b) 壁面剪切力分布

图5 收缩期 T_1 时刻动脉模型弯曲部分下底面处红细胞体积分数与壁面剪切力分布比较

Fig. 5 Comparison between RBC volume fraction and wall shear stress distribution on the inner wall at T_1 moment (a) Distribution of RBC volume fraction, (b) Distribution of wall shear stress

2.3 两种血液模型中间截面的无量纲螺旋度比较

从图6的螺旋度云图可见,相比较于单相非牛顿血液模型数值模拟,多相血流动力学模拟下的无

量纲螺旋度整体要小些,其中单相模拟下中间截面的最大无量纲螺旋度达到了0.92,而多相模拟下的最大无量纲螺旋度只有0.73,图例中的颜色标度显

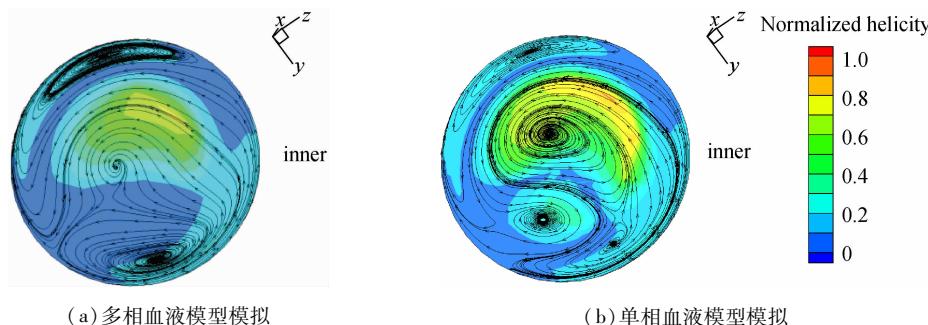


图 6 收缩期 T_1 时刻动脉模型弯曲部分中间截面的无量纲螺旋度和流线比较

Fig.6 Contour map of normalized-helicity superimposed with streamline on the mid-section at T_1 moment (a) Multiphase simulation, (b) Single-phase simulation

示了截面上螺旋度的分布情况。此外,从流线图可以发现,相比于多相血流动力学数值模拟,单相血液模型计算下的截面中心有着更强大的涡,中心处也存在着更高的螺旋度分布。在多相血流动力学数值模拟中,涡主要存在于截面的边缘处。

2.4 两种血液模型在不同时刻的截面速度分布比较

从图7可以观察到,无论是在收缩期还是在舒张期,与多相血流动力学模拟相比,单相血流动力学

模拟下的截面速度分布更加不均匀；从收缩期截面速度云图图例中的颜色标度可以看到，红色区域为速度较大的区域，在单相血流动力学模拟中，速度较大的区域明显更加弯曲。此外运用多相血液模型模拟，在 T_1 时刻，模型弯曲部分中间截面的最大速度为0.548 m/s，而运用单相血液模型模拟计算所得的截面最大速度达到了0.565 m/s，由此可见多相血流动力学模拟下的截面速度分布更加均匀。

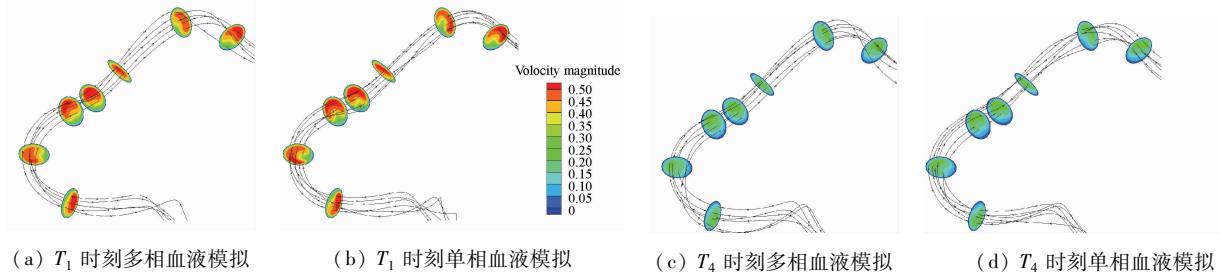


图 7 动脉模型弯曲部分 7 个截面的速度云图比较

Fig. 7 Contour maps of velocity magnitude and pathlines at the bend of two models (a) Multiphase simulation at T_1 , (b) Single-phase simulation at T_1 , (c) Multiphase simulation at T_4 , (d) Single-phase simulation at T_4

2.5 两种血液模型截面壁面剪切力平均值比较

由图8可见,与多相血流动力学模拟相比,单相血流动力学模拟下的壁面剪切力要小一些,尤其是在收缩期的中段和舒张期的末段。其中在收缩期无量纲时间 $t = 0.13$ 时刻,单相与多相中间壁面剪切力平均值之差达到最大值 0.21 Pa,相当于此刻截面上多相壁面剪切力平均值的 7.2%。但总体来说,单相血流动力学模拟和多相血流动力学模拟下的中间截面壁面剪切力相差不大,总差别约为 7%。

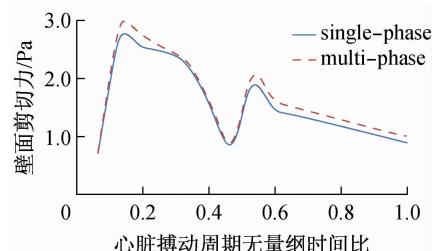


图8 两种血液模型下弯曲部分中间截面壁面剪切力平均值随时间变化的比较

Fig.8 Comparison of the averaged wall shear stress on the mid-section obtained by two models

所取的时间段为计算的第4个时间周期,多相模型下的壁面剪切力值由红细胞和血浆的壁面剪切力值加权平均所得。

由图9可见,在弯曲部分的不同截面上,多相血流动力学模拟下的壁面剪切力都要更大一些,其中在截面2上两种血液模型的壁面剪切力平均值之差达到了0.37 Pa。总体来说,不同血液模型下的截面壁面剪切力平均值相差不大,总的差别在8%左右。

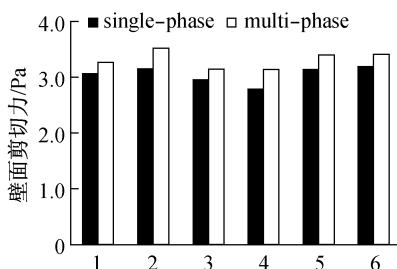


图9 收缩期 T_1 时刻不同截面壁面剪切力平均值比较

Fig.9 Comparison of the averaged wall shear stress on different cross-sections at T_1 moment

图中横坐标为所取的6个截面,依次是移植管弯曲部分的入口截面,相对入口截面距离与整个弯曲部分长度比例为0.2、0.4、0.6、0.8的截面以及弯曲部分的出口截面;多相模型下的壁面剪切力值由红细胞和血浆的壁面剪切力值加权平均所得

2.6 两种血液模型截、壁面切应力梯度平均值比较

从图10可知,在弯曲部分的不同截面上,单相血流动力学模拟下的壁面切应力梯度平均值总体上要比多相血液模型模拟下的结果要大一些,其中在截面2上,两种血液模型模拟下的壁面切应力梯度值之差为最大,达到了130 Pa,相当于此截面上壁面切应力梯度平均值的9%。但总体来说,两种血液模型模拟下的壁面切应力梯度值差别不是很大,总的差别在6%左右。

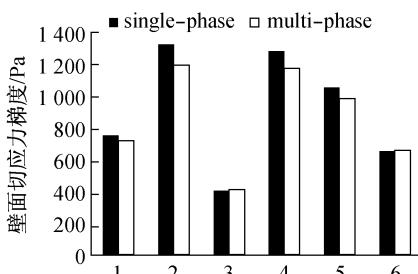


图10 收缩期 T_1 时刻不同截面壁面切应力梯度平均值比较

Fig.10 Comparison of the averaged wall shear stress gradient on different cross-sections at T_1 moment

图中横坐标为所取的6个截面,依次是移植管弯曲部分的入口截面,相对入口截面距离与整个弯曲部分长度比例为0.2、0.4、0.6、0.8的截面以及弯曲部分的出口截面;多相模型下的壁面切应力梯度值由红细胞和血浆的壁面切应力梯度值加权平均所得

3 讨论

运用血浆和红细胞的两相血液假设,分析螺旋弯曲管中的血流动力学参数,结果发现螺旋弯曲管中弯曲部分的下底面处存在明显的红细胞聚集现象。红细胞的聚集使此处的血液流动更加均匀,而更加均匀的速度场导致了剪切率的降低。红细胞聚集的区域存在着较低的壁面剪切力分布。但是在较低的壁面剪切力条件下,红细胞不易被冲刷至下游,很容易引起血液中微粒的再集聚,最终导致病变的发生。动脉粥样硬化的产生可能取决于多个因素,而本文的研究可有助于进一步探索动脉粥样硬化在冠状动脉中的形成机理和发病机制。

在多相流模拟中,由于红细胞和血浆的相互阻碍作用,血液流场中的二次流要明显弱于单相血液模型模拟下的二次流大小,致使血液流场中的三维特性有所减弱。在弯曲部分中间截面的螺旋度比较中,发现多相血液模型模拟下的中间截面的无量纲螺旋度比单相模拟的结果小一些。不同血液模型模拟下血液流场二次流的差别引发了截面速度分布的差别,在本研究的计算结果中,多相流模拟下的截面速度分布要更加均匀一些。

在模型截面的中心区域,速度梯度较小,剪切率较低,导致此处血液黏度的升高。在多相流模拟中,截面中心的高黏度区域阻碍了红细胞的二次流,而截面边缘血液黏度较小,则有更多的红细胞通过。因此,在运用不同血液模型所得中间截面的流线图中,发现多相流模拟下的截面二次流速度涡主要形成在截面边缘靠近壁面处,而单相流模拟下的二次流速度涡在截面中心区域要更强一些。

多相流模拟中,在截面边缘处红细胞的较高分布提高了血液的黏度,同时此处伴随着较强的速度涡,使壁面处的剪切率有所增加,共同导致了壁面剪切力的升高。本研究发现,无论是在不同时刻或是模型弯曲部分的不同截面上,多相血流动力学模拟下的截面壁面剪切力平均值都要略大于单相血流动力学模拟下的结果。

在切应力梯度的比较中,发现单相血液模型模拟下的切应力梯度值要略大一些,可见多相血流动力学模拟下的壁面切应力分布要更加均匀。较大的切应力梯度很可能会导致内皮细胞的损伤,引起血

液中单核细胞和血小板的附着^[18]。

总体来说,不同血液模型模拟下的壁面剪切力分布差别并不明显,如果在计算结果只需求得一些平均的血流动力学参数并且精度要求不高的情况下,可以采用简化的数值模型进行计算模拟。但是当需要进一步探索血液中的血液流场以及解释一些生理现象时,则最好采用更加贴近于真实血液性质的模型来分析研究问题。

参考文献:

- [1] Hartman CW, Kong Y, Margolis JR, et al. Aortocoronary bypass surgery: Correlation of angiographic symptomatic and functional improvement at 1 year [J]. Am J Cardiol, 37(3): 352-357.
- [2] 乔爱科, 刘有军, 张松, 等. S形动脉中的血流动力学研究 [J]. 医用生物力学, 2006, 21(1): 54-61.
- [3] Qiao AK, Liu YJ, Zhang S, et al. Hemodynamics study on S-shaped arteries [J]. J Med Biomech, 2006, 21(1): 54-61.
- [4] Malek AM, Alper SL, Izumo S. Hemodynamic shear stress and its role in atherosclerosis [J]. JAMA, 282(21): 2035-2042.
- [5] Qiu Y, Tarbell JM. Numerical simulation of pulsatile flow in a compliant curved tube model of a coronary artery [J]. J Biomech Eng, 122(1): 77-85.
- [6] Jung J, Hassanein A, Lyczkowski RW. Hemodynamic computation umsing multiphase flow dynamics in a right coronary artery [J]. Ann Biomed Eng, 2006, 34(3): 393-407.
- [7] Feldman CL, Illegbusi OJ, Hu Z, et al. Determination of in vivo velocity and endothelial shear stress patterns with phasic flow in human coronary arteries: A methodomlogy to predict progression of coronary atherosclerosis [J]. Am Heart J, 2002, 143(6): 931-939.
- [8] Wahle A, Olszewski ME, Sonka M. Interactive virtual endoscopy in coronary arteries based on multimodality fusion [J]. IEEE Trans Med Imaging, 2004, 23(11): 1391-1403.
- [9] Hajjar DP, Nicholson AC. Atherosclerosis: An undersatnding of the cellular and molecular basis of the disease promises new approaches for its treatment in the near future [J]. Amer Sci, 1995, 83(5): 460-467.
- [10] Munn LL, Melder RJ, Jain RK. Role of erythrocytes in leukocyte-endothelial interactions: Mathematical model and experimental validation [J]. Biophys J, 1996, 71(1): 466-478.
- [11] Kim YH, VandeVord PJ, Lee JS. Multiphase non-Newtonian effects on pulsatile hemodynamics in a coronary artery [J]. Int J Numer Meth Fluids, 2008, 58(7): 803-825.
- [12] Coppola G, Caro C. Oxygen mass transfer in a model three-dimensional artery [J]. J R Soc Interface, 2008, 5(26): 1067-1075.
- [13] Ding JM, Lyczkowski BW, Sha WT. Modeling of concentrated liquid-solids flow in pipes displaying shear-thinning phenomena [J]. Chem Eng Commun, 1995, 138: 145-155.
- [14] Bird RB, Armstrong O, Hassager RC. Dynamics of polymeric liquids. 2nd ed [M]. New York: Wiley, 1987.
- [15] Gijsen FJ, van de Vosse FN, Janssen JD. The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: Steady flow in a carotid bifurcation model [J]. J Biomech, 1999, 32(6): 601-608.
- [16] Jung J, Lyczkowski RW, Panchal CB, et al. Multiphase hemodynamic simulation of pulsatile flow in a coronary artery [J]. J Biomech, 2006, 39(11): 2064-2073.
- [17] Morbiducci U, Ponzini R, Grigioni M, et al. Helical flow as fluid dynamics signature for atherogenesis risk in aortocorony bypass. A numerical study [J]. J Biomech, 2007, 40(3): 519-534.
- [18] Nichols WW, O'Rourke MF. McDonald's blood flow in arteries: Theoretical, experimental and clinical principles. 5th edition [M]. London: Hodder Arnold Publishers, 2005.
- [19] Stary HC. Atlas of atherosclerosis: Progression and regression [M]. New York: Parthenon Publishing, 1999.