

文章编号:1004-7220(2013)01-0015-05

血管残余应力的两种求解方法及其应用

高全超^a, 尚坤^a, 龚晓波^{a,b}, 姜宗来^b

(上海交通大学 a. 工程力学系; b. 力学生物学与医学工程研究所, 上海 200240)

摘要: **目的** 求解血管残余应力,为采用有限元方法研究血管应力的变化提供生物力学基础。**方法** 采用弹性力学半逆解法得到血管的残余应力分布,与通过有限元软件 ABAQUS 模拟得到血管残余应力的分布进行对比,并在此基础上考虑支架置入的作用,比较残余应力对血管在体应力状态的影响。**结果** 采用这两种方法得到的血管的3个正应力分量应力分布较为一致。残余应力的存在使血管的应力分布发生了变化,血管的最大应力由血管内壁转移到外壁处。**结论** 在假定血管材料均质和各向同性的情况下,经典弹性力学半逆解法与有限元方法得到的残余应力结果有着较好的一致性;考虑残余应力的血管在体的应力分布与不考虑血管残余应力时有较大差异,血管内壁处应力降低明显。考虑血管的残余应力有助于更好地了解置入支架后血管真实的应力状态,从而为支架的优化设计提供参考。

关键词: 血管; 残余应力; 有限元分析; 半逆解法

中图分类号: R 318.01 **文献标志码:** A

Two methods of constructing the residual stress on vessel and its application

GAO Quan-chao^a, SHANG Kun^a, GONG Xiao-bo^{a,b}, JIANG Zong-lai^b (*a. Department of Engineering Mechanics; b. Institute of Mechanobiology and Medical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China*)

Abstract: **Objective** To study distributions of the residual stresses on blood vessel, and to provide the biomechanical basis for the finite element research on stress changes in blood vessel. **Methods** The semi-inverse method was used for getting distributions of residual stresses on blood vessel and the result was compared with that from Commercial Software ABAQUS. On that basis, the interaction between the vessel and implanted stent was simulated to get the influence of residual stress on blood vessel. **Results** Distributions of three normal stresses on blood vessel obtained from the two methods were almost consistent. It is the residual stress that led to the change of vessel stress distributions, and the position of maximal stress was transformed from the inside to the outside of the vessel. **Conclusions** Assuming that the vessel has homogeneity and isotropic, both the semi-inverse method and the finite element method would get the similar residual stress distributions; significant differences existed between the stress states of vessel with or without considering residual stress. The stress at the inside of vessel was reduced obviously. Consideration of residual stress will be helpful for understanding the real stress state of vessel after stent deployment and providing references for the optimization design of stent.

Key words: Blood vessel; Residual stress; Finite element analysis; Semi-inverse method

收稿日期:2012-04-19; 修回日期:2012-06-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11072155,11232010),教育部高等学校博士学科点专项科研基金(20100073120009)。

通信作者:龚晓波, Tel: (021)34207075; E-mail: x. gong@sjtu. edu. cn。

残余应力和残余应变是指在不受外部载荷时物体内部所存在的非零的应力和应变^[1]。尽管在工程上,残余应力与残余应变概念的提出已经有了100多年的历史^[2],但是生物组织中残余应力和残余应变概念的提出则不到30年的时间。1983年,冯元桢^[3]首先发现了血管中存在着残余应变。如图1所示,血管处于生物体内,受到血压等荷载与约束作用时,处于载荷状态;当血管从生物体取出后,不再承受这些荷载与约束时,血管处于无载荷状态。将处于无载荷状态的血管切成很薄的血管环,再沿血管环的径向切开,那么血管环会很快地自动张开,并形成英文字母“C”的形状,此时血管处于零应力状态。血管在无载荷状态所具有的应力即为血管的残余应力。

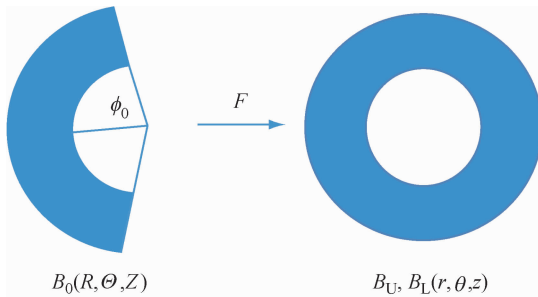


图1 血管3种几何位形(血管模型的零应力状态 B_0 、无载荷状态 B_U 以及载荷状态 B_L)

Fig. 1 States of the vessel (zero-stress state B_0 , unloaded state B_U , loaded state B_L)

残余应力的存在有其特殊的生理作用,它可以使活体组织处于最佳工作状态。目前,支架被广泛应用于血管疾病的治疗。支架置入后血管的应力状态发生了变化,过高的应力有可能导致血管的二次狭窄,不利于疾病的治疗。因此,研究支架置入后血管的应力状态的变化,可以为支架的设计提供建议,优化血管的应力状态,最终提高支架的治疗效果。之前的研究都忽略了残余应力对支架置入后血管应力的影响,本文对此进行初步讨论:首先介绍求解血管残余应力的两种方法,并以此为基础讨论残余应力对支架置入后血管力学特性的影响。

1 残余应力的半逆解法与有限元模拟

本研究中的血管材料假设为均质、各向同性的

超弹性材料,其本构方程为:

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{30}(I_1 - 3)^2 \quad (1)$$

式中: I_1, I_2 是right Cauchy-Green应变张量的第1不变量与第2不变量。本文选用的材料参数来源于文献[4](见表1)。

表1 血管的超弹性参数

Tab. 1 Hyperelastic coefficients used for artery models

| | c_{10}/kPa | c_{01}/kPa | c_{11}/kPa | c_{20}/kPa | c_{30}/kPa |
|----|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 血管 | 708.416 | -620.042 | 0 | 2 827.33 | 0 |

选取人的主动脉弓作为具体算例。张开角为 100° ,零应力状态下内、外径分别为25.78和26.53 mm;无载荷状态的内、外径分别为11.25和12 mm^[5-6]。

1.1 半逆解法计算血管残余应力

对血管残余应力进行求解的弹性力学半逆解法是由Lally等^[7]给出的。将无载荷状态血管模型简化为圆环,零应力状态血管模型简化为圆弧。具体方程的建立如下所示。

如图1所示,建立位移模式:

$$\begin{aligned} r &= r(R) \\ \theta &= \pi\theta/\varphi_0 \\ z &= \Lambda Z \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $r(R)$ 的具体形式待定, θ 为血管的轴向伸长率。

应变与位移之具有如下非线性关系:

$$E = \frac{1}{2}[\nabla u + {}^T\nabla u + (\nabla u \cdot {}^T\nabla u)] \quad (3)$$

由于模型的不可压缩性,在本构关系中引入了一个Lagrangian乘子 p 。

忽略端部效应的影响与模型的体积性,考虑到对称性,可以在柱坐标系下得到如下的平衡方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma^{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma^{rr} - \sigma^{\theta\theta}}{r} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \sigma^{r\theta}) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r}(r \sigma^{rz}) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

边界条件:

在血管壁内侧面($r = a$ 处),

$$\sigma^{rr} = -P, \quad \sigma^{r\theta} = \sigma^{rz} = 0$$

在血管壁外侧面($r=b$ 处),

$$\sigma^{rr} = \sigma^{r\theta} = \sigma^{rz} = 0$$

血管两端的支持力

$$N = 2\pi \int_a^b \sigma^{zz} r dr$$

根据血管的不可压缩性 $\det F = 1$, 可以得到补充的方程:

$$\left(\frac{\pi \lambda \Lambda}{\varphi_0}\right) \frac{r}{R} \frac{dr}{dR} = 1.$$

对该方程积分,并由边界条件 $R = a_0, r = a$ 可以确定积分常数,最终得到如下关系:

$$r^2 = \frac{\varphi_0}{\pi \lambda \Lambda} (R^2 - a_0^2) + a^2 \quad (5)$$

式中: a_0, b_0 分别为零应力状态下血管的内、外径, a 和 b 分别为无荷载状态下血管的内、外径。至此,半逆解法的方程组建立完成:式(1)~(5)共计16个方程。求解此方程组,可以得到应变、应力、位移分量与Lagrangian乘子 p 等16个变量,采用Matlab对其进行求解,以得到血管的残余应力。

1.2 有限元法计算血管残余应力

有限元模拟采用的软件为ABAQUS。如图2所示,通过施加位移约束,使血管从张开到闭合,对应于血管的零应力状态与无荷载状态。认为此时血管内的应力即代表了血管的残余应力。

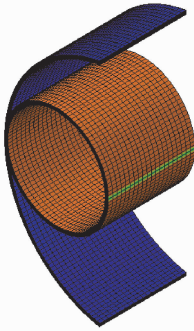


图2 血管两种状态下的几何位形

Fig. 2 Geometry of vessel in two different state

1.3 残余应力两种构建方法的比较

通过半逆解法与有限元模拟两种方法得到血管的残余应力,将其进行比较。图3给出了沿径向、周向、轴向3个方向的残余应力。

图3中,离散点代表的是弹性力学半逆解法得到的应力值,曲线代表的则是有限元模拟得到的应

力值。由图可知,两者的应力分布较为一致,表明ABAQUS的分析结果是可信的。

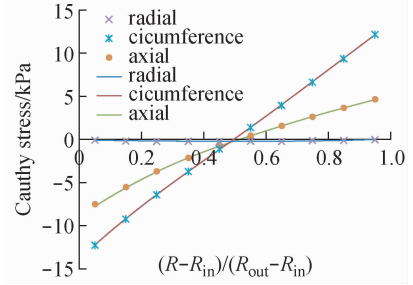


图3 两种方法计算的血管残余应力对比

Fig. 3 Comparison of residual stresses calculated by two methods

2 残余应力对支架放置后血管力学特性的影响

2.1 血管与支架接触的有限元模拟

国内外对血管与支架的过盈接触的研究已经很多,而本文与这些研究最大的不同是考虑了血管残余应力在接触过程中的影响。

如图4所示,建立Palma-Schatz支架(PS支架)模型。PS支架是由强生公司早期推出的冠状动脉商业支架,因其结构的高度对称性,被很多有限元研究选为支架模型^[8]。支架外径为12.375 mm,内径为11.225 mm,长度为48 mm,连接筋宽为2 mm,相对于血管的过盈率为10%。支架采用316L钢制成,为线弹性的材料;其弹性模量为200 GPa,泊松比为0.3。

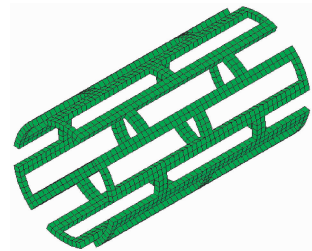


图4 支架模型

Fig. 4 Finite element model of the stent

2.2 残余应力的影响

由于支架的刚度远大于血管,支架材料的变形较血管要小很多,血管壁出现了明显变形。如图5所示,支架的应力达到10 GPa量级,血管上的应力达到100 MPa量级。本文的重点在于探讨血管与支架相互作用过程中血管力学性能的变化,故将重点考虑血管的应力分布。

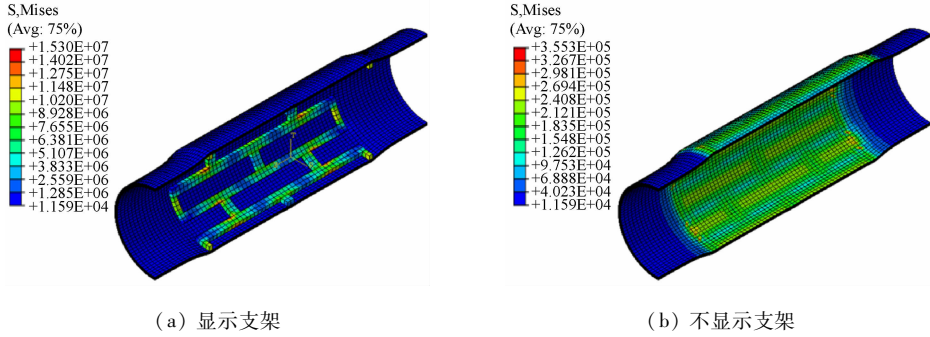


图5 血管与支架的过盈接触

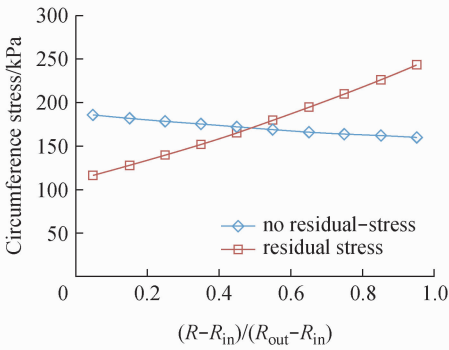
Fig. 5 Interference between stent and vessel in vitro (a) Displaying stent, (b) Without displaying stent

以血管的中截面为例,考虑血管残余应力对支架放置后血管应力分布的影响。由于血管径向应力的极值仅为 10 kPa,远小于周向应力与轴向应力的值,以下将主要讨论周向应力与轴向应力的分布。图6为中截面上血管周向应力与轴向应力沿径向的分布。

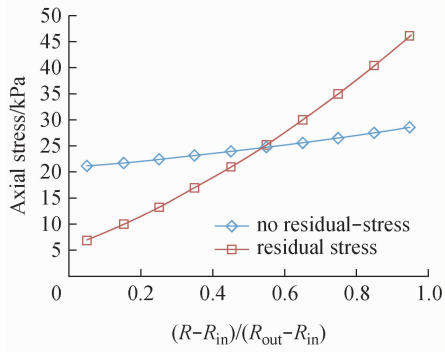
由图6中可见,残余应力使得血管的应力分布发生了很大的改变。以周向应力为例,血管内壁处的应力从 180 kPa 降低到 120 kPa,血管外壁处的应力从 160 kPa 增加到 240 kPa。血管再狭窄是一个由应力刺激引发的血管生长的过程,而考虑残余应力后,血管内壁处的应力有所降低。这反过来证明了血管残余应力可以优化血管的应力状态。因此,考虑残余应力可以更加真实地描述置入支架后血管的应力状态。

3 讨论

为了对本文得到血管的残余应力值进行评价,选用刘宝玉等^[9]的实验数据与本文计算结果进行比较。图7给出了血管外壁处周向应力随张开角变化的分布。可以看出,刘宝玉等的实验数据与本文两种方法得到的应力结果在趋势上还是具有一定的一致性。



(a) 周向应力



(b) 轴向应力

图6 中截面上正应力的对比

Fig. 6 Comparison of normal stress in the middle section of vessel

(a) Circumferential stress, (b) Axial stress

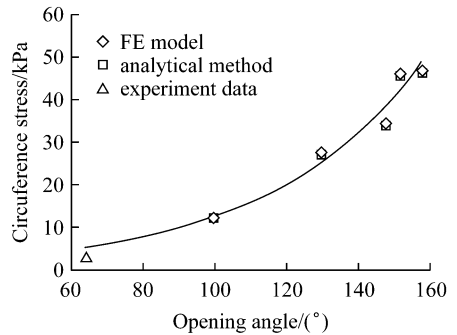


图7 两种方法与实验结果的比较

Fig. 7 Comparison among the results of two methods and the experiment data

本文两种方法的结果较为一致,但与实验结果相比,则要偏大一些。可能是本文所采用的本构关系与引文中的不一致引起的。本构关系的不同会引起应力的差异。另外,引文中只考虑了血管周向的残余应力,对另外两向残余应力完全没有考虑,这也可能是导致应力差异的一个原因。

本文计算出的血管应力极大值达到了 300 kPa, 大约为 3 个大气压,真实的血管能否承受如此大的压强,这是值得关注的地方。对比文献中的结果, Larry 等^[10]在计算血管与支架过盈时,血管应力超过了 4 MPa; Gervaso 等^[11]发现血管与支架接触过程中,血管的应力极值达到了 1.5 MPa。这表明在血管与支架相互作用的有限元模拟中,对血管的模型与本构关系处理不当时,很容易与现实情况发生较大的偏差。而本文在这两个方面上考虑较为简单,对血管的模型简化较多,本构关系的选用也不尽如人意,最终导致了血管应力远远大于生理水平。这是之后的工作应当予以注意的地方。

本文最大的创新之处是在模拟支架血管接触的过程中考虑了残余应力这一因素,而模拟结果表明,残余应力对血管应力分布的影响是很明显的,不能轻易忽略。

支架置入后,血管的应力状态会发生很大变化,可能导致血管的再狭窄,不利于疾病的治疗。在此过程中,考虑残余应力的影响得到的血管应力状态更为真实,对支架的优化设计也更有参考价值,可为血管疾病的治疗提供有力的支持。

5 结论

本文采用弹性力学半逆解法求解血管的残余应力分布,将其与通过商业有限元软件 ABAQUS 有限元模拟得到应力分布进行对比。并在此基础上,考虑支架放置这一因素的作用,讨论了残余应力对血管应力状态的影响,得到如下结论:

(1) 在假定血管材料均质,各向同性的情况下,经典弹性力学半逆解法与计算机数值模拟得到的残

余应力结果有着较好的一致性。

(2) 放置支架后,考虑血管残余应力时血管的应力分布与不考虑血管残余应力时有较大差异,内壁处应力降低明显。

(3) 考虑血管的残余应力有助于更好地了解置入支架后血管真实的应力状态,从而为支架的优化设计提供参考。

参考文献:

- [1] 韩海潮. 生物组织中的残余应变[J]. 力学进展, 1994, 24(1): 123-131.
- [2] Timoshenko S. History of strength of materials: With a brief account of the history of theory of elasticity and theory of structures [M]. Mineola: Dover Pub, 1983: 276-299.
- [3] Fung Y. Biodynamics: Circulation [M]. New York: Springer-Verlag, 1984: 404.
- [4] Pericevic I, Lally C, Toner D, et al. The influence of plaque composition on underlying arterial wall stress during stent expansion: The case for lesion-specific stents [J]. Med Eng Phys, 2009, 31(4): 428-433.
- [5] 蔡国君, 姜宗来, 纪荣明. 人升主动脉-主动脉弓的几何形态与显微结构[J]. 解剖学报, 2000, 31(1): 82-86.
- [6] 余明华, 周新华. 人与猪升主动脉, 肺动脉干零应力状态的比较研究[J]. 中国临床解剖学杂志, 2003, 21(1): 81-83.
- [7] Taber L. Nonlinear theory of elasticity: Applications in biomechanics [M]. New Jersey: World Scientific Pub Co Inc, 2004: 280-293.
- [8] Eshghi N, Hojjati MH, Imani M, et al. Finite element analysis of mechanical behaviors of coronary stent [J]. Procedia Eng, 2011, 10: 3064-3069.
- [9] 刘宝玉, 柳兆荣. 血管残余应力的一种确定方法[J]. 力学季刊, 2003, 24(2): 157-165.
- [10] Lally C, Dolan F, Prendergast P. Cardiovascular stent design and vessel stresses: A finite element analysis [J]. J Biomech, 2005, 38(8): 1574-1581.
- [11] Gervaso F, Capelli C, Petrini L, et al. On the effects of different strategies in modeling balloon-expandable stenting by means of finite element method [J]. J Biomech, 2008, 41(6): 1206-1212.