

文章编号: 1004-7220(2021)04-0528-06

# 短跑竞赛服涡流发生器气动减阻性能评价的数值模拟研究

徐瑞娜<sup>1a</sup>, 穆雪莲<sup>2</sup>, 王颖<sup>2</sup>, 蒋代彬<sup>2</sup>, 吴海军<sup>1b</sup>

(1. 北京体育大学 a 运动人体科学学院, b 中国运动与健康研究院, 北京 100084; 2. 李宁(中国)体育用品有限公司, 北京 101100)

**摘要:**目的 研究前向楔形涡流发生器周向分布角度对圆柱减阻效果的影响,为设计短跑运动员减阻竞赛服提供理论依据。**方法** 根据 NIKE 公司 AeroBlade 减阻贴片构建出前向楔形涡流发生器。基于运动员肢体可简化为不同直径圆柱开展竞赛服减阻研究的假设,将 48 个前向楔形涡流发生器均匀分布为 4 列,在圆柱迎风面两侧关于 YOZ 平面对称均匀粘贴。采用多面体网格离散光滑和表面修饰圆柱的计算域,大涡模拟空气以短跑运动员平均跑步速度 32 km/h 流过圆柱时的阻力和流场变化、压强分布。**结果** 两列涡流发生器以 10°或 15°间隔周向布置在 55°~75°范围内时减阻效果较好,主要通过改变圆柱背风区的压强分布以降低其所受压差阻力实现,其减阻机制是流体吹过圆柱表面的前向楔形涡流发生器后在其下游产生微涡,加速尾迹区流动向临界流动转捩,从而有效降低圆柱所受的阻力。**结论** 以合适周向角度布置的前向楔形涡流发生器可以有效降低圆柱所受的空气阻力。研究结果可用于指导风洞试验和短跑减阻竞赛服设计。

**关键词:**减阻竞赛服;短跑;涡流发生器;数值模拟;圆柱绕流

中图分类号: R 318.01 文献标志码: A

DOI: 10.16156/j.1004-7220.2021.04.005

## Numerical Simulation on Aerodynamic Drag Reduction Evaluation of Vortex Generators Designed for Sprint Garment

XU Ruina<sup>1a</sup>, MU Xuelian<sup>2</sup>, WANG Ying<sup>2</sup>, JIANG Daibin<sup>2</sup>, WU Haijun<sup>1b</sup>

(1a. School of Sport Science, 1b. China Institute of Sport and Health Science, Beijing Sport University, Beijing 100084, China; 2. Li Ning (China) Sports Goods Co., Ltd., Beijing 101100, China)

**Abstract: Objective** To investigate the effect from circumferential distribution angle of forwards wedge vortex generators on aerodynamic drag reduction during flow around a cylinder, so as to provide theoretical evidences for low drag sprint garment design. **Methods** Forwards wedge vortex generators were reconstructed based on the NIKE's AeroBlade. Given that the individual parts of an athlete body can be treated as multiple cylinders with varied dimensions and positions, 48 forwards wedge vortex generators were distributed as four columns on windward side of the cylinder, which were symmetrical with the YOZ plane. When the air flowed through the cylinder at the speed of 32 km/h, large eddy simulation was carried out on the computational domains which were properly meshed with polyhedral mesh to investigate the drag force, flow field and pressure distributions. **Results** It was effective for drag reduction of the cylinder induced by airflow when two columns of forwards wedge vortex generators were circumferential distributed in the range of 55°-75° and the circumferential internal angle

收稿日期:2021-04-30; 修回日期:2021-05-08

基金项目:国家重点研发计划(2020YFF0304601),企业横向合作课题(BSU20200468)

通信作者:吴海军,高级工程师,E-mail:haijunwu@bsu.edu.cn

between two columns was in the range of  $10^\circ$  or  $15^\circ$ . The pressure distribution on leeward side of the cylinder was apparently changed after surface modification, which minimized the pressure drag dominant in aerodynamic drag. The drag reduction mechanism was that micro-vortices were generated downstream after flow through the forwards wedge vortex generators, which resulted in an early transition to critical flow with low drag force.

**Conclusions** Effective aerodynamic drag reduction is achieved if forwards wedge vortex generators are properly distributed. The research findings can provide guidance for wind tunnel test and low drag sprint garment design.

**Key words:** low drag garment; sprint; vortex generator; numerical simulation; flow around a cylinder

现代运动员身体素质和训练水平的普遍提升促进了竞技体育的蓬勃发展,在重大体育赛事中竞速类项目前3名之间的差距一般仅为百分之几秒。近年来,科研人员研制出各种减阻竞赛服,例如Speedo公司的鲨鱼皮泳衣、NIKE公司的SWIFT Skin紧身速滑服,顶尖运动员的运动表现直接证明了通过高科技体育装备可以帮助其提升成绩。

运动员在流体中运动时,受到流体对其施加的阻力 $F_d$ :

$$F_d = \frac{1}{2} \rho U^2 C_d A \quad (1)$$

式中: $\rho$ 为流体密度; $U$ 为自由来流的速度; $A$ 为运动员的迎风面积; $C_d$ 为阻力系数,它与运动员的身体姿态、运动速度和体表粗糙度有关<sup>[1]</sup>。在一定来流速度 $U$ 条件下,运动员保持固定姿势,可以通过改变运动员所穿服装表面的粗糙度以降低 $C_d$ ,使其所受的阻力减小,身体的能量代谢也相应降低<sup>[2]</sup>。研究人员通过优化服装面料纤维结构<sup>[3-6]</sup>和剪裁拼接<sup>[7]</sup>,在面料表面设计坑槽或粘贴附加物<sup>[8-9]</sup>,从而改变竞赛服的表面粗糙度以降低 $C_d$ 。其减阻机制与高尔夫球类似,均为流体流过这些表面微结构时在边界层内产生湍流,湍流与下游边界层内流体发生混合和动量传递,使处于逆压梯度中的流体获得附加能量后能够贴体流动而不致分离,从而有效减小运动员背后的尾迹区,使运动员受的压差阻力更小<sup>[10]</sup>。

人体形态各异,可将运动员身体简化为不同直径的圆柱体进行竞赛服减阻研究,则复杂人体的流动减阻控制问题便转化为圆柱绕流问题<sup>[11]</sup>。针对服装面料纤维结构和剪裁拼接的问题,科研人员通常是将表面包裹面料筒的圆柱体置入风洞,使用测力天平测量不同风速条件下的阻力变化,分析面料纤维结构和拼接方式对竞赛服减阻特效的影

响<sup>[3-7]</sup>。减阻面料和剪裁拼接方式在高速运动的冬季竞速类运动减阻中发挥了至关重要的作用。对于跑步类项目而言,减阻面料和剪裁拼接方式在低速运动时的减阻效果不明显,并且此类面料的透气性较差,不利于运动员的体温调节。Brownlie等<sup>[12]</sup>受航空器抑制流动分离设计思想的启发,提出在面料表面粘贴不同类型涡流发生器(vortex generator, VG)以减少流动阻力的想法。风洞测量结果表明,相比于NIKE前一代的减阻竞赛服,以特定方式粘贴涡流发生器后的竞赛服减阻率最高可达6.8%。

Brownlie等<sup>[12]</sup>在风洞内测试粘贴不同涡流发生器面料阻力的总时长为56d,直接进行实验研究耗费巨大。圆柱绕流及其流动减阻控制是流体力学的经典问题之一,这类问题广泛存在于高大建筑物、桥梁、海上采油平台、高压输电线等工业领域。随着计算机技术和数值模拟方法的飞速发展,研究人员通常在设计阶段使用计算流体动力学(computational fluid dynamics, CFD)模拟方法对比验证不同方案的有效性。Zhang等<sup>[13]</sup>通过将圆柱表面分别修饰为多边形、展向波浪形以及展向粘贴半圆形凸条、周向粘贴O型环,采用大涡模拟(large eddy simulation, LES)研究雷诺数(Reynolds number,  $Re$ )为5000时不同表面修饰对圆柱阻力系数和尾迹区流动的影响。

在研制短跑减阻竞赛服的初始阶段,采用CFD方法可以大大缩减新产品的设计成本和周期。本文采用CFD方法研究涡流发生器粘贴位置对圆柱的阻力特性影响,为下一步的风洞试验和短跑减阻竞赛服设计提供理论依据。

## 1 数值计算

### 1.1 计算模型和网格剖分

如图1(a)所示,根据NIKE公司推出的空气动

力学减阻 AeroBlade 贴片实体模型,使用三维 CAD 软件 SolidWorks 2018 (Dassault Systemes 公司,美国)构建出与实体贴片结构类似的前向楔形 (forwards wedge) 涡流发生器三维数字模型 [见图 1(b)] 用于圆柱绕流的 CFD 模拟。



图 1 用于跑步类竞赛服减阻的涡流发生器

Fig.1 Vortex generators designed for low drag sprint garment (a) AeroBlade tape, (b) Forwards wedge vortex generator

如图 2(a) 所示,圆柱直径  $D=100\text{ mm}$ ,高度  $h=3D$ ,流体沿  $Y$  轴负方向吹过圆柱。在圆柱迎风面两侧对称分布总计有 48 个涡发生器,同一列相邻两个涡发生器间的距离为  $25\text{ mm}$ 。以  $YOZ$  平面为基准面,迎风面一侧两列涡发生器与基准面之间的夹角分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ 。计算域模型为 1 个长方体 [见图 2(b)],长方体尺寸为  $40D \times 20D \times 3D$  (长×宽×高)。研究表明,同等尺寸计算域的边界效应对数值模拟结果的影响较小<sup>[14]</sup>。计算域入口与圆柱中轴线之间的距离为  $10D$ ,出口位于其下游  $30D$  处,均匀来流沿  $Y$  轴负方向以速度  $U$  从计算域入口流入,流体吹过圆柱后从计算域出口流出。

使用 Fluent Meshing 2019R2 (ANSYS 公司,美国)对计算域进行网格剖分。如图 3 所示,网格剖分类型为多面体网格。当流体流过圆柱,受扰动的流动区域主要为圆柱上、下游及其侧向区域,通过对这些区域网格进行加密以精细捕捉流动现象。根据边界层理论,流体绕圆柱流动时,在近圆柱表面的边界层内,流动沿壁面法向存在明显的速度梯度。因此,沿圆柱表面法向剖分 30 层边界层,边界层第 1 层厚度为  $0.01\text{ mm}$ 。CFD 模拟结果表明,圆柱表面  $y^+ < 1$ ,满足 LES 模拟的要求。

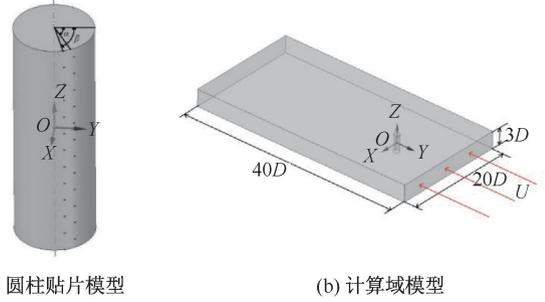


图 2 计算模型

Fig.2 Computational models (a) Cylinder with VGs, (b) Computational domain

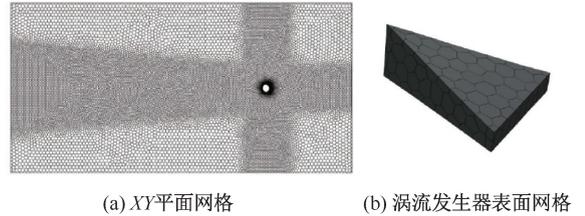


图 3 计算域网格剖分

Fig.3 Mesh in computational domain (a) Planar mesh viewed from  $XY$  plane, (b) Surface mesh of vortex generator

## 1.2 控制方程和湍流模型

以男子 100 m 跑为例,世界纪录为  $9.58\text{ s}$ ,跑步时的平均速度为  $10.44\text{ m/s}$ ,运动员以这一速度跑动时,周围空气处于不可压缩状态。本文采用 LES 方法开展数值模拟,计算选取的时间步长为  $1\text{ ms}$ 。LES 方法使用过滤函数对 Navier-Stokes 方程进行滤波处理,滤除小于压格子尺度的小涡,分解出描述大涡运动的控制方程:

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \tau_{ij} \right] \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4)$$

式(1)~(3)中: $\rho$ 为空气密度; $\mu$ 为空气动力黏性系数; $\bar{u}_i$ 和 $\bar{p}$ 为滤波后的速度和压强。式(4)为亚格子应力张量(sub-grid scale stress, SGS)  $\tau_{ij}$ 的表达式,采用 Boussinesq 假设,可将  $\tau_{ij}$ 与可求解尺度的应变率张量相关联:

$$\tau_{ij} = -2\mu_t \bar{S}_{ij} + \tau_{kk} \delta_{ij} / 3 \quad (5)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

式中: $\mu_t$ 为亚格子涡黏系数; $\tau_{kk}$ 为压格子应力各向同性部分; $\delta_{ij}$ 为 Kronecker 符号; $\bar{S}_{ij}$ 为可求解尺度的应变率张量。

### 1.3 边界条件和初始条件

本文基于 Fluent 软件,入口边界为速度入口条件,来流速度为  $U_x = 0, U_y = -U \text{ m/s}, U_z = 0$ 。出口边界为压强出口条件,相对压强  $p = 0 \text{ Pa}$ 。上下左右边界为对称边界条件,圆柱和涡流发生器表面为不可滑移固壁。

以入口条件作为数值模拟的初始化条件进行初始化,采用 SIMPLE 作为压强-速度耦合迭代方法,对梯度项采用 Least Squares Cell Based 方法插值,使用二阶精度离散压力项,对流项离散采用有界中心差分格式。

### 1.4 数值模拟验证

通过对网格无关性和计算结果准确性进行验证以保证数值模拟的可靠性。如表 1 所示,将光滑圆柱绕流计算域离散成 3 种不同网格数目,分别为 98 万、142 万和 191 万。对比雷诺数  $Re = 5 \times 10^4$  时的 LES 模拟结果,142 万网格离散域计算得到的平均阻力系数  $\bar{C}_d$  比 191 万网格的计算结果小 0.01,比 98 万网格的计算结果大 0.08。另外,当  $Re = 5 \times 10^4$  和  $1 \times 10^5$  时,对 98 万网格的离散域分别进行 LES 模拟,获得的  $\bar{C}_d$  比实验结果低 4.1% 和 5.6%,满足计算结果准确性验证的要求。因此,选用 142 万网格计算域的网格剖分设置空间离散表面粘贴涡流发生器的圆柱绕流计算域。

表 1 光滑圆柱绕流数值模拟验证

Tab.1 Numerical validations for the smooth cylinder

$Re$	方法	网格数/万	$\bar{C}_d$
$5 \times 10^4$	LES	98	1.09
$5 \times 10^4$		142	1.17
$1 \times 10^5$		142	1.18
$5 \times 10^4$		191	1.18
$5 \times 10^4$	实验 <sup>[15]</sup>	-	1.22
$1 \times 10^5$		-	1.25

## 2 结果

本文以短跑运动员的平均时速 32 km/h 作为

入口来流速度开展 LES 模拟<sup>[16]</sup>。圆柱体表面涡流发生器周向分布如表 2 所示,算例 1 为光滑圆柱,在算例 2~5 中 48 个高度为 0.7 mm 的前向楔形涡流发生器在圆柱迎风面两侧各呈两列对称分布,每列均匀粘贴 12 个涡流发生器。

### 2.1 阻力

不同排列涡流发生器的减阻效果评价如表 2 所示,平均阻力系数  $\bar{C}_d$  通过截取 3 s 稳定的 LES 模拟阻力数据平均计算而得。在  $U = 32 \text{ km/h}$  时,直径为 100 mm 的无限长光滑圆柱的  $\bar{C}_d = 1.17$ 。在本研究  $Re$  范围内,圆柱绕流的分离角度约为  $82^\circ$ ,当迎风面一侧其中一列涡流发生器远离(算例 2)和接近(算例 5)分离角时,减阻效果不明显。两列涡流发生器以  $10^\circ$  或  $15^\circ$  间隔布置在  $55^\circ \sim 75^\circ$  范围内时,减阻效果较好(算例 3、4)。

表 2  $U = 32 \text{ km/h}$  时不同排列涡流发生器的减阻效果评价

Tab.2 Drag reduction evaluation for different vortex generator distributions at the speed of 32 km/h

算例	涡流发生器高度/mm	$\alpha/(^\circ)$	$\beta/(^\circ)$	$\bar{C}_d$
1	-	-	-	1.17
2	0.7	45	60	1.17
3	0.7	55	70	1.09
4	0.7	65	75	1.12
5	0.7	65	80	1.16

### 2.2 压强分布

光滑和算例 3 圆柱  $C_d$  均为 1 个振荡周期内最小值,分别为 1.143 和 1.071。光滑圆柱和算例 3 圆柱在迎风面的压强分布类似,均呈现前驻点区附近压强最大,且最大值均为 53.1 Pa[见图 4(a)、(c)]。而在圆柱的背风区,光滑圆柱的低压区面积明显大于算例 3 圆柱[见图 4(b)、(d)]。因此,光滑圆柱所受压差阻力大于算例 3 圆柱压差阻力。LES 模拟显示,此时光滑和算例 3 圆柱的黏性阻力系数分别为 0.019 0、0.016 7,即粘贴前向楔形涡流发生器对圆柱所受的阻力影响较小。光滑和算例 3 圆柱的压差阻力系数分别为 1.124、1.054。结果表明,通过在光滑圆柱迎风面合适位置粘贴前向楔形涡流发生器可以改变背风区的压强分布,从而降低圆柱所受的阻力。

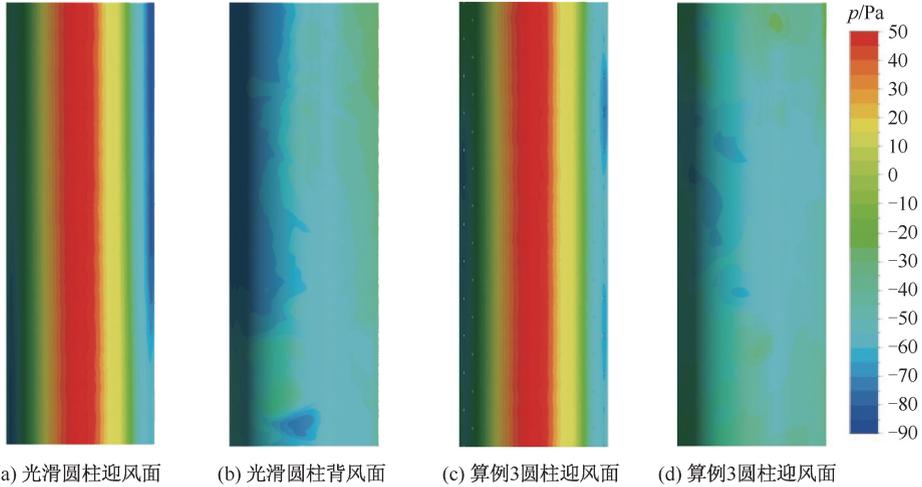


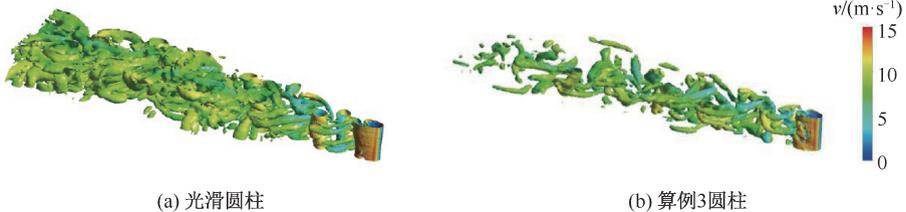
图4 圆柱表面压强分布

**Fig.4 Pressure distributions on surface of the cylinder** (a) Windward side of the smooth cylinder, (b) Leeward side of the smooth cylinder, (c) Windward side of the cylinder in Case 3, (d) Leeward side of the cylinder in Case 3

### 2.3 尾迹

当  $U=32$  km/h 时,流动  $Re=6.15\times 10^4$ ,无限长光滑圆柱绕流处于亚临界区,其典型特征为圆柱尾迹区剪切层处于稳定的层流状态[见图5(a)]<sup>[15]</sup>。如图5(b)所示,在光滑圆柱迎风面两侧  $55^\circ$  和  $70^\circ$  对称粘贴前向楔形涡流发生器后,涡流发生器产生

的湍流向下游掺混,导致圆柱尾迹区剪切层失稳产生湍流边界层分离,向亚临界区过渡。因此,相比光滑圆柱,其尾迹区的涡耗散较快。通过在圆柱表面粘贴前向楔形涡流发生器产生微涡,加速流动向临界流动转捩,从而有效降低圆柱所受的阻力。

图5 尾迹区三维涡结构( $\lambda=2$  准则,  $Q=5\times 10^{-4}$ )

**Fig.5 Three-dimensional vortex structures in wake flow** (a) Smooth cylinder, (b) Cylinder in Case 3

### 3 讨论

本文采用非结构多面体网格空间离散表面贴有前向楔形涡流发生器的圆柱绕流计算域。对于光滑圆柱<sup>[17]</sup>或表面修饰为多边形、展向波浪形和展向粘贴半圆形凸条、周向粘贴O型环的圆柱<sup>[13]</sup>,其计算域结构规则,便于分区剖分结构网格。如图2所示,光滑圆柱表面粘贴有48个离散前向楔形涡流发生器后,其计算域不便使用分区剖分结构网格。非结构多面体网格是高效剖分此类计算域的

理想选择,这种网格在贴体拓扑出具有曲面涡流发生器的结构并保证正交性的同时,由于每个网格周围具有较多的相邻单元,能够比较准确地预测流场中的速度分布和压强梯度。

如图1所示,通过填充 AeroBlade 减阻贴片V字的凹陷部分构,建出高度为0.7 mm的前向楔形涡流发生器<sup>[18]</sup>。Brownlie等<sup>[12]</sup>报道,AeroBlade减阻贴片的实验原型 Wheeler 涡流发生器,其高度范围为2.0~3.5 mm,运动员跑步时肢体的边界层厚度稍小于2 mm。因此,本文设计的前向楔形涡流发

生器属于亚边界层涡流发生器(sub boundary layer vortex generators, SBVGs),这种涡流发生器在边界层内产生湍流抑制流动分离的同时仅产生较小的附加阻力,其减阻效果优于高度大于边界层厚度的传统涡流发生器<sup>[19]</sup>。LES 模拟结果表明,0.7 mm 前向楔形涡流发生器在间距为 25 mm、排列角分别为 55°和 70°时,平均阻力系数比光滑圆柱低 6.8%,其减阻效果与 Brownlie 等<sup>[12]</sup>的结果相当,但是 Wheeler 涡流发生器的间隔较密且高度更高。对比评测结果表明,亚边界层前向楔形涡流发生器减阻效果更好,并且由于亚边界层前向楔形涡流发生器的体积小,同种材质条件下竞赛服粘贴涡流发生器后增重低,不会对运动员穿着后造成额外负重。

本文仅讨论前向楔形涡流发生器在迎风面周向分布角度对减阻效果的影响。在后续的数值模拟研究中,可以进一步研究前向楔形涡流发生器高度和间距,以及在短跑运动员的上下肢模型上粘贴前向楔形涡流发生器对减阻效果的影响。

## 4 结论

本文基于 NIKE 公司 AeroBlade 减阻贴片构建一种前向楔形涡流发生器,采用大涡模拟方法研究前向楔形涡流发生器周向分布角度对圆柱减阻效果的影响。在圆柱迎风面两侧分别呈两列对称均匀粘贴 48 个涡流发生器,数值模拟结果表明,两列涡流发生器以 10°或 15°间隔布置在 55°~75°范围内时减阻效果较好。利用前向楔形涡流发生器减小圆柱所受阻力,主要是通过改变圆柱背风区的压强分布以降低其所受压差阻力而实现。流体吹过圆柱表面的前向楔形涡流发生器后在其下游产生微涡,加速了尾迹区流动向临界流动转捩,从而有效降低圆柱所受的阻力。采用大涡模拟方法可以有效预测前向楔形涡流发生器周向分布角度对圆柱减阻特性的影响,其结果可用于指导风洞试验和短跑减阻竞赛服设计。

## 参考文献:

[ 1 ] OGGIANO L, BROWNLIE L, TROYNIKOV O, et al. A review on skin suits and sport garment aerodynamics: Guidelines and state of the art [J]. *Procedia Eng*, 2013, 60: 91-98.  
[ 2 ] 杨宸灏, 杨洋, 胡齐, 等. 紧身服装在冬奥竞速运动项目中的

研究与应用现状[J]. *中国体育科技*, 2020, 56(1): 25-31.  
[ 3 ] CHOWDHURY H, NAITO K, ALAM F. An experimental study on speed skating skinsuits [J]. *Mech Eng Res J*, 2015, 9: 110-114.  
[ 4 ] SPURKLAND L, BARDAL L, SÆTRAN L, et al. Low aerodynamic drag suit for cycling-design and testing [C]// *Proceedings of IcSPORTS*. Lisbon: [s.n.], 2015.  
[ 5 ] MORIA H, CHOWDHURY H, ALDAWI F, et al. A cylindrical methodology for study of fabric aerodynamics [J]. *Procedia Eng*, 2013, 56: 297-302.  
[ 6 ] HSU XY, MIAU JJ, TSAI JH, et al. The aerodynamic roughness of textile materials [J]. *J Text I*, 2019, 110(5): 771-779.  
[ 7 ] BROWNLIE L, KYLE C, HARBER E, et al. Reducing the aerodynamic drag of sports apparel: Development of the Nike Swift sprint running and SwiftSkin speed skating suits [C]// *Proceedings of the Engineering of Sport*. California: [s.n.], 2004.  
[ 8 ] OGGIANO L, SÆTRAN L. A low drag suit for ski-cross competitions [J]. *Procedia Eng*, 2010, 2(2): 2387-2392.  
[ 9 ] KUPER GH, STERKEN E. Do skin suits affect the average skating speed? [J]. *Sports Technol*, 2008, 1(4-5): 189-195.  
[ 10 ] CHOI J, JEON WP, CHOI H. Mechanism of drag reduction by dimples on a sphere [J]. *Phys Fluids*, 2006, 18(4): 041702.  
[ 11 ] CHOWDHURY H, ALAM F, SUBIC A. Aerodynamic performance evaluation of sports textile [J]. *Procedia Eng*, 2010, 2(2): 2517-2522.  
[ 12 ] BROWNLIE L, AIHARA Y, CARBO J, et al. The use of vortex generators to reduce the aerodynamic drag of athlete apparel [J]. *Procedia Eng*, 2016, 147: 20-25.  
[ 13 ] ZHANG K, KATSUCHI H, ZHOU D, et al. Numerical study on the effect of shape modification to the flow around circular cylinders [J]. *J Wind Eng Ind Aerod*, 2016, 152: 23-40.  
[ 14 ] 高敏, 张宁川. 分离涡模拟在亚临界区风场圆柱绕流中的适用性研究[J]. *中国水运*, 2018, 18(12): 66-68.  
[ 15 ] SCHLICHTING H, GERSTEN K. *Boundary-layer theory* [M]. Berlin: Springer, 2017.  
[ 16 ] CHOWDHURY H. Aerodynamic design of sports garments, in *Applied Aerodynamics* [M]. London: Intech Open, 2012.  
[ 17 ] 詹昊, 李万平, 方秦汉, 等. 不同雷诺数下圆柱绕流仿真计算[J]. *武汉理工大学学报*, 2008, 30(12): 129-132.  
[ 18 ] ASHILL PR, FULKER JL, HACKETT KC. Studies of flows induced by sub boundary layer vortex generators (SBVGs) [C]// *Proceedings of 40<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. Reno: [s.n.], 2002.  
[ 19 ] LIN JC. Review of research on low-profile vortex generators to control boundary-layer separation [J]. *Prog Aerosp Sci*, 2002, 38(4-5): 389-420.