

文章编号:1004-7220(2013)06-0642-06

# 基于格子 Boltzmann 方法的体肺分流术 血流动力学几何多维度数值研究

张明子<sup>1</sup>, 刘有军<sup>1</sup>, 谢进生<sup>2</sup>, 赵夕<sup>1</sup>, 任晓辰<sup>1</sup>, 白帆<sup>1</sup>, 丁金立<sup>1</sup>

(1. 北京工业大学 生物医学工程中心, 北京 100124; 2. 首都医科大学附属安贞医院 心脏外科, 北京 100029)

**摘要:** **目的** 利用基于时间步耦合的几何多尺度方法, 模拟单心室疾病体肺分流术后的血流动力学, 得到搭桥管局部三维流场和手术前后整体血流动力学信息。 **方法** 首先, 通过术前的血管集中参数模型(0D)和手术搭桥管三维模型(3D)建立0D-3D耦合的多尺度血流动力学模型, 并讨论模型0D-3D交界面耦合条件及时间步耦合算法; 其次, 实现了基于格子 Boltzmann 方法的3D计算流体力学(computational fluid dynamics, CFD)和0D集中参数模型耦合求解的多尺度仿真; 最后, 通过多尺度模型与术前集中参数模型的结果对比手术前后血流动力学变化。 **结果** 多尺度仿真得到了术后心血管整体血流动力学改变和手术局部的三维流场信息, 模拟结果显示肺循环分流比由术前32.21%提高至57.8%。 **结论** 体肺分流术中植入连接体循环和肺循环的搭桥管能够有效增加单心室病人肺循环的供血; 几何多尺度仿真能够有效模拟心血管整体血流动力学改变和所关心部位的三维流场信息, 对心血管临床术前规划有重要意义。

**关键词:** 格子 Boltzmann 方法; 多尺度仿真; 计算流体力学; 血流动力学

中图分类号: R 318.01

文献标志码: A

## Numerical study on multiscale simulation for hemodynamics of systemic-pulmonary shunt procedure based on lattice Boltzmann method

ZHANG Ming-zi<sup>1</sup>, LIU You-jun<sup>1</sup>, XIE Jin-sheng<sup>2</sup>, ZHAO Xi<sup>1</sup>, REN Xiao-chen<sup>1</sup>, BAI Fan<sup>1</sup>, DING Jin-li<sup>1</sup> (1. Biomedical Engineering Center, Beijing University of Technology, Beijing 100024, China; 2. Cardiac Surgery Department, Beijing Anzhen Hospital, Capital Medicine University, Beijing 100029, China)

**Abstract:** **Objective** Based on time-coupled multiscale coupling algorithm, to simulate the hemodynamics after systemic-pulmonary shunt procedure on single ventricular patient so as to obtain the local three-dimensional (3D) fluid field and global hemodynamic information before and after surgery. **Methods** Firstly, the 0D-3D coupled multiscale hemodynamic model of systemic-pulmonary shunt procedure was established based on the lumped parameter model (0D) before surgery and the shunt model (3D), then the 0D-3D interface coupling condition and the time coupling algorithm were discussed. Secondly, the multiscale simulation of 3D CFD (computational fluid dynamics) model coupled with 0D lumped parameter model was realized based on lattice Boltzmann method. Finally, the multiscale simulation results were compared with patient's 0D simulation results to study the hemodynamic changes before and after surgery. **Results** The global hemodynamic change and local 3D flow pattern were obtained by this multiscale simulation. The pulmonary blood flow distribution ratio was increased from

收稿日期:2012-12-20; 修回日期:2013-01-27

基金项目:高等学校博士学科点专项科研基金资助课题(20111103110012), 国家自然科学基金资助项目(11172016), 北京市自然科学基金重点项目(KZ201210005006)。

通信作者:刘有军, 教授, 博士研究生导师, E-mail: lyjlma@bjut.edu.cn。

32.21% to 57.8%. **Conclusions** The systemic-pulmonary shunt procedure can effectively increase the blood supply of pulmonary circulation by implanting the shunt between the systematic circulation and pulmonary circulation. The geometrical multiscale method can effectively simulate both the coarse global and detailed local cardiovascular hemodynamic changes, which is of great significance in pre-operation planning of cardiovascular surgery.

**Key words:** Lattice Boltzmann method (LBM); Multiscale simulation; Computational fluid dynamics (CFD); Hemodynamics

单心室心脏缺陷综合征用来概括性描述只有一个功能性心室能够正常泵血的先天性心脏病<sup>[1]</sup>,约占先心病总发病率0.2%<sup>[2]</sup>。右心室发育不全综合征(hypoplastic right heart syndrome, HRHS)作为该综合征的一种,其病理解剖结构改变包括肺动脉闭锁、右心室发育不全和三尖瓣闭锁,肺动脉供血仅靠未闭锁的动脉导管(patent ductus atresia, PDA)<sup>[3]</sup>,会导致病人血氧含量严重不足。体肺分流术作为针对该疾病治疗的第1步,通过封闭动脉导管并在无名动脉造瘘后用分流搭桥管(shunt)与肺动脉相连,改善循环系统的肺动脉供血,从而增加病人的血氧含量<sup>[4]</sup>。经过体肺分流术后,体循环和肺循环在循环系统中并行,左心室作为唯一血泵提供血液循环的动力。心输出量在两循环中的分配一定程度上由分流搭桥管的半径、长短和位置决定<sup>[5]</sup>。

随着模拟软件的发展,对体肺分流术血流动力学特性的数值研究主要采用计算流体力学(computational fluid dynamics, CFD)的方法<sup>[6-10]</sup>。然而,人体心血管系统是自适应与自调节的整体,就目前的计算条件无法实现全循环的三维仿真。血管的重构被用于改善肺循环分流,但局部的血管重构会对整体的心血管循环产生反馈和影响,这些是CFD仿真难以实现的。仅用集中参数模型(lumped parameter model, LPM)模拟手术过程虽考虑了反馈但无法得到手术局部的三维流场信息,但仅用三维模型模拟手术局部却无法取得合适的边界条件。因此,有学者提出建立多维度模型(multiscale model)来仿真包括手术区域内的全循环系统<sup>[11]</sup>,但是目前尚无通用的多维度模型构建方法。

本研究根据单心室病人术前LPM构建由零维(0D)模型和三维(3D)模型组成表示体肺分流术的多维度模型,建立基于时间步的耦合算法和交界面处理方法,通过数值仿真比较术前、术后血流动力学改变,并获取术后局部三维流场信息,为今后基于多

维度血流动力学仿真的手术规划提供方法基础。

## 1 原理和方法

### 1.1 术前集中参数模型的建立

通过对循环系统的分块,根据数值仿真的需要,心血管系统可以在空间依赖性上离散,并由若干个弹性腔模型(windkessel model)组成的循环回路表示。经典 $\mathcal{E}$ 型三单元弹性腔模型由电阻 $R$ 、电容 $C$ 和电感 $L$ 组成,分别模拟所代表循环模块中血液的黏性、惯性和管壁顺应性<sup>[12-13]</sup>。通过该替代,心血管循环可以被表示成闭环电路模型,电流和电压分别与血流量和血压相关联。特殊元件,如二极管 $D$ 被用来模仿心脏瓣膜的开闭。求解相关部位的压力流量值从而转变成求解含状态变量的微分方程组

$$F(\dot{y}(t), y(t), t, a) = 0 \quad (1)$$

式中: $y(t)$ 表示时间相关的压力 $P(t)$ 或流量 $Q(t)$ 的向量, $a$ 为控制瓣膜开闭的状态变量。

根据单心室病人病理的血流动力学循环,建立如图1所示的集中参数模型。

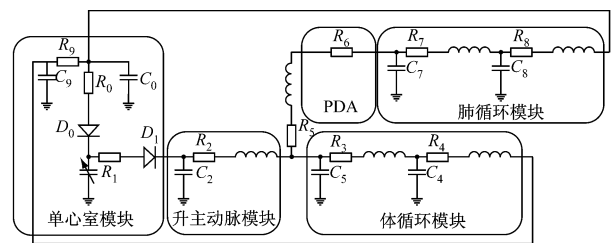


图1 单心室病人集中参数模型

Fig.1 Lumped parameter model of single ventricular patient

该集中参数模型由单心室模块、体循环模块、肺循环模块和未闭锁的动脉导管组成。

在单心室模块中采用单心室压力与容积关系函数

$$E(t) = \frac{SvP(t)}{SvV(t) - V_0} \quad (2)$$

来表示单心室节律性收缩。式中： $E(t)$ 为倒电容函数，单位 mmHg/mL (1 mmHg = 0.133 kPa)， $SvV(t)$ 和  $SvP(t)$ 分别为单心室的容积和压力， $V_0$ 为单心室参考容积<sup>[14]</sup>。数学上，选择函数

$$E(t) = (E_{\max} - E_{\min}) \cdot E_n(t_n) + E_{\min} \quad (3)$$

来模拟心动过程。式中  $E_n(t_n)$ 称为标准化的时变倒电容：

$$E_n(t_n) = 1.55 \left[ \frac{(t_n/0.7)^{1.9}}{1 + (t_n/0.7)^{1.9}} \right] \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{t_n}{1.17}\right)^{21.9}} \right] \quad (4)$$

式中： $t_n = t/T_{\max}$ ， $T_{\max} = 0.2 + 0.15 tc$ ， $tc$ 为1个心动周期(s)， $E_{\max}$ 和  $E_{\min}$ 分别与收缩末期和舒张末期心室压力容积关系相关，在本文中  $E_{\max} = 2.5118$ ， $E_{\min} = 0.0458$ 。取心率为75次/min，则  $tc = 0.8$  s。根据临床采集的重要部位的流量波形及文献[15]中描述的单心室病人相应部位压力波形，比对调节图1中的  $R$ 、 $L$ 、 $C$ 值使该模型相应位置的压力流量波形特征与单心室病人相似。集中参数模型的求解方法采用前向显式欧拉法。图1中调节后的  $R$ 、 $C$ 、 $L$ 值见表1。

表1 集中参数模型的参数值表

Tab.1 Values of parameters in lumped parameter model

	$R/$ (mmHg · s · mL <sup>-1</sup> )	$C/$ (mL · mmHg <sup>-1</sup> )	$L/$ (mmHg · s <sup>2</sup> · mL <sup>-1</sup> )	
心房、心室与 主动脉模型 参数	$R_9$	0.065 3	$C_9$ 0.394 5	
	$R_0$	0.293	$C_0$ 3	
	$R_1$	0.023		
体循环 模块参数	$R_2$	0.068 7	$C_2$ 0.034 6	$L_2$ 0.000 14
	$R_3$	0.233	$C_3$ 0.419 9	$L_3$ 0.015
	$R_4$	2.852 7	$C_4$ 0.254 9	$L_4$ 0.000 1
	$R_5$	0.155		$L_5$ 0.048
	PDA 参数	$R_6$	2.55	
肺循环 模块参数	$R_7$	0.029 7	$C_7$ 0.024 4	$L_7$ 0.000 108
	$R_8$	0.029	$C_8$ 0.243 7	$L_8$ 0.000 214

## 1.2 多尺度模型的建立与数值模拟

### 1.2.1 多尺度模型的建立

根据体肺分流术对病人血流动力学循环的重构(修复未闭锁的动脉导

管,植入分流搭桥管连接体循环和肺循环),通过保持非手术部位的集中参数模型参数不变,从而实现手术部位之外的集中参数模型能描述单心室病人外周循环特性(肺循环阻力高、分流量少等)。为了模仿体肺分流术对病人循环结构的改变,移除图1中PDA,用一段直管(三维理想模型)代替手术中连接体循环和肺循环的搭桥管(shunt)并连接与其手术相对应的单元,得到体肺分流术的零维与三维耦合的多尺度模型如图2所示。其中搭桥管直径  $D = 6$  mm,长度  $L = 80$  mm。多尺度模型中的集中参数模型部分由此而变成开环模型,此时集中参数模型被描述成一组含强制变量的非线性微分方程:

$$F(\dot{y}(t), y(t), t, a, b) = 0 \quad (5)$$

式中： $y(t)$ 表示时间相关的压力  $P(t)$ 或流量  $Q(t)$ ， $b$ 为由3D-0D模型界面条件控制的强制变量。多尺度模型中的集中参数部分仍用显式欧拉法进行求解,求解程序被编入开源软件 Palabos 以完成时间步耦合仿真。

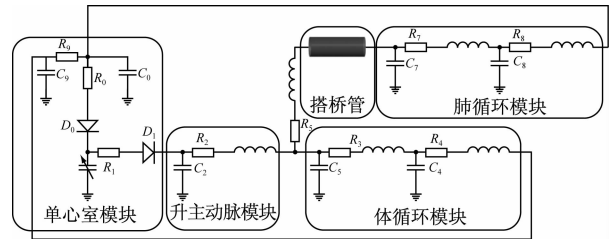


图2 体肺分流术的多尺度模型

Fig.2 Multiscale model of systemic-pulmonary shunt procedure

### 1.2.2 格子 Boltzmann 方法

三维模型的求解基于格子 Boltzmann 方法 (lattice Boltzmann method, LBM)。与传统的宏观数值方法相比,具有介观特性的 LBM 将流体描述为流体质点在特定格子间运动和碰撞的密度分布函数  $f_i(r, t)$ ,这种碰撞传播的动力学过程可以被描述成

$$f_i(r + \Delta tv_i, t + \Delta t) = f_i(r, t) + \frac{1}{\tau}(f_i^{eq} - f_i) \quad (6)$$

式中： $f_i^{eq}$ 是局部平衡态分布函数(local equilibrium distribution, LED)， $\tau$ 为松弛时间(relaxation time)<sup>[16]</sup>。仿真中使用三维 D3Q19 格子模型<sup>[17]</sup>,设置反弹格式边界(bounce-back boundary),并假设血流是不可压缩的,直管为刚性的,血液运动黏度和密度分别为  $\nu = 4$  mm<sup>2</sup>/s 和  $\rho = 1\ 050$  kg/m<sup>3</sup>。空间离

散化步长  $\Delta r = 0.15$  mm, 松弛时间  $\tau = 0.503$ , 流体单元数 (fluid cells) 为 666 966, 基于 LBM 的开源软件 Palabos v1.2r 0 因其具有良好的并行性和灵活性, 故被应用于本例。

### 1.3 基于时间步的多尺度耦合方法

**1.3.1 多尺度模型中交界面的处理** 多尺度模型处理交界面的过程中, 恰当的变量对应关系对保证变量交换在不同模型中的连续性具有重要意义。选取三维模型边界面  $\Gamma_{in}$  上的法相平均压力  $\bar{P}_{3D,in}$  和过面  $\Gamma_{out}$  的体积流量  $Q_{3D,out}$ , 同集中参数模型参数进行耦合。

交界面压力:

$$\bar{p}_{3D,in} = \frac{1}{A_{3D,in}} \int_{\Gamma_{in}} p d\gamma = P_{0D,in} \quad (7)$$

交界面流量:

$$Q_{3D,out} = \rho \int_{\Gamma_{out}} u \cdot n_i d\gamma = Q_{0D,out} \quad (8)$$

方程(7)和(8)表示交界面  $\Gamma_{in}$  和  $\Gamma_{out}$  上三维变量同零维变量的耦合关系。

**1.3.2 基于时间步的耦合算法** 建立在上述交界面处理原则上, 考虑如下时间步耦合算法。

初始化条件: 根据经验选取入口压力  $P_{in}^{(0)}$  和出口流量  $Q_{out}^{(0)}$  作为初始值, 通常根据上一时间步的结果选取。此时迭代步数  $k = 0$ 。

循环: ①在集中参数模型开环处, 即交界面  $\Gamma_{in}$  和  $\Gamma_{out}$  分别施加强制变量压力  $P_{0D,in}^{(k)}$  和流量  $Q_{0D,out}^{(k)}$ , 求解集中参数模型得下一时间步的状态变量  $Q_{0D,in}^{(k+1)}$  和  $P_{0D,out}^{(k+1)}$ ; ②根据交界面条件(7)、(8), 求得  $Q_{3D,in}^{(k+1)}$  和  $P_{3D,out}^{(k+1)}$ , 在三维模型的入口和出口分别施加该流量和压力边界条件, 通过三维数值模拟分别求得入口法向平均压力  $P_{3D,in}^{(k+1)}$  和出口流量  $Q_{3D,out}^{(k+1)}$ 。

收敛判断: 判断多尺度耦合收敛的途径有很多, 本文选取下述收敛条件

$$\begin{aligned} |Q_{in}^{(k+T_k)} - Q_{in}^{(k)}| \leq \varepsilon, |P_{out}^{(k+T_k)} - P_{out}^{(k)}| \leq \varepsilon, \\ k = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $T_k$  为 1 个心动周期的时间步数。耦合过程的流程图如图 3 所示。

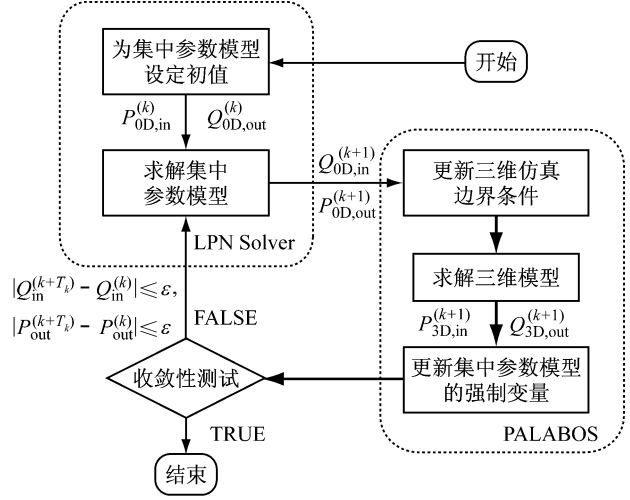


图 3 基于时间步耦合算法流程图

Fig. 3 Flow chart of time-coupled multiscale coupling algorithm

## 2 结果与讨论

### 2.1 多尺度耦合仿真结果

根据 1.3.2 中提供的多尺度耦合算法, 计算 1.2.1 中所建立的体肺分流术多尺度模型。多尺度仿真中各处压力和流量波形在求解的第 3 周期达到平稳, 选取第 4 周期的波形作为稳定结果同术前模型结果做对比 (见图 4)。主动脉处压力相比术前略微降低流量略微升高, 肺循环模块压力和流量均显著升高。

单心室病人在行体肺分流术后, 为了表示由于体肺搭桥管的加入而增加的肺循环血流, 定义体肺分流比:

$$R_f = \frac{\bar{Q}_{PA}}{\bar{Q}_{AO}} \times 100\% \quad (10)$$

$$\bar{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_i \quad (11)$$

式中:  $\bar{Q}_{PA}$  为 1 个心动周期内肺循环模块的平均流量;  $\bar{Q}_{AO}$  为 1 个心动周期内的心输出量;  $Q_i$  为瞬时流量。该术后血流动力学改变在多尺度模型仿真中得到了体现: 单心室病人的体肺分流比由  $R_{f术前} = 32.21\%$  提高至  $R_{f术后} = 57.8\%$ 。

同时得到了在多维模型相互作用下的搭桥管内部三维流场信息 (见图 5), 选取搭桥管中流量峰值时刻  $t = 0.33$  s 展示搭桥管在轴向 10、30、50、70 mm 切面的速度矢量图。

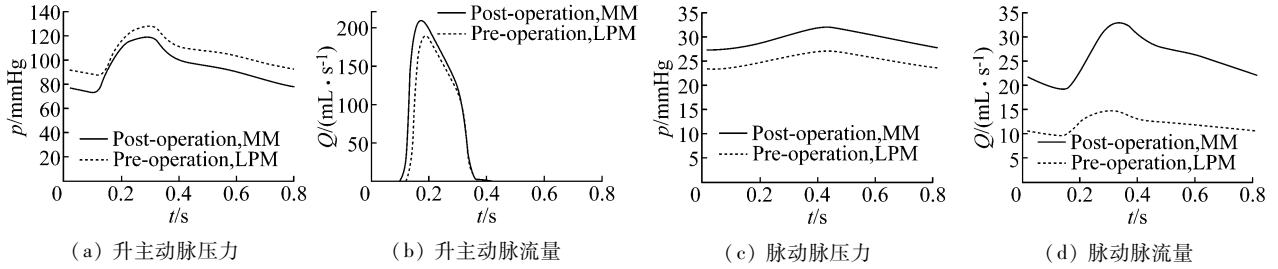


图4 术前集中参数模型与术后多维度模型相应部位对比

Fig.4 Comparison of flow rate and pressure in LPM before surgery and multiscale model after surgery (a) Ascending aorta pressure, (b) Ascending aorta flow rate, (c) Pulmonary artery pressure, (d) Pulmonary artery flow rate

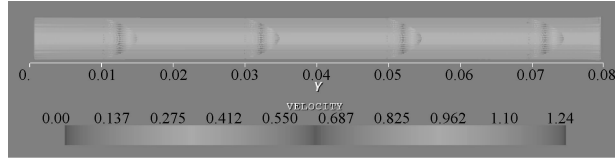


图5 流量峰值时刻的切面速度矢量图

Fig.5 Velocity vector contours at the peak point of flow rate

## 2.2 耦合算法结果验证

目前运用集中参数模型表示心血管循环的理论已相对完善,为了验证本文基于时间步耦合算法的正确性,根据多维度模型中流入三维模型直管的流量  $Q_{3Dmodel}$  和直管两端的压力差  $\Delta P_{3Dmodel} = P_{in} - P_{out}$ , 在第3周期内根据

$$\bar{R} = \sum_{i=0}^{t_p} \frac{\Delta P_{i,3Dmodel}}{Q_{i,3Dmodel}} \quad (12)$$

计算直管的平均阻力  $\bar{R} = 2.43 \text{ mmHg} \cdot \text{s/mL}$ 。为了便于采集压力,加入了一微小电容  $C = 1.551 \mu\text{L/mmHg}$ ,同计算所得  $\bar{R}$  组成了经典二元弹性腔模型。用其替代多维度模型中的直管,与原开环集中参数模型相连接获得表示体肺分流术后的闭环集中参数模型(见图6)。其同多维度模型相应部位仿真结果的压力流量波形对比如图7所示。

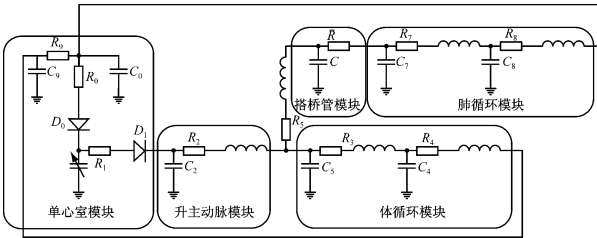


图6 体肺分流术的集中参数模型

Fig.6 Lumped parameter model of systemic-pulmonary shunt procedure

1.3.2中建立多维度模型是有细微差别的。在三维仿真中假设直管是刚性的,不考虑管壁的顺应性。但在集中参数模型中,由于电容的引入,搭桥管模块的弹性不能被忽略,故造成图7中的差别。

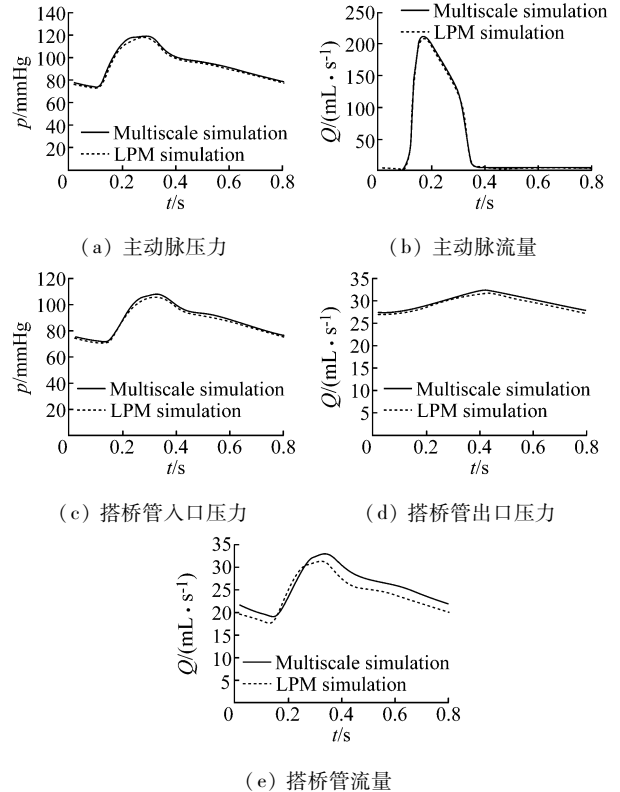


图7 多维度模型同集中参数模型结果对比

Fig.7 Comparison of simulation results between the multiscale and lumped parameter model (a) Ascending aorta pressure, (b) Ascending aorta flow rate, (c) Inlet pressure of the shunt (d) Outlet pressure of the shunt, (e) Shunt flow rate

## 3 结论与展望

### 3.1 几何多维度仿真的意义

血流动力学多维度仿真的意义在于通过不同维

需要指出的是,图6所示的集中参数模型同

度模型的耦合过程反映心血管系统的自适应调节过程,从而为三维模型提供更加接近生理的边界条件。同时,多维度仿真既能够提供手术所关心区域的流场信息,又能考虑由于手术的改变而对心血管系统全局所造成的影响。

本研究仅是使用多维度耦合方法对简单集中参数模型和理想三维模型耦合运用于体肺分流术的尝试,其中三维理想模型由于其结构简单,在不考虑内部流场的前提下可被弹性腔模型代替。但随着局部考察范围的扩大或局部三维模型复杂度的增加,三维模型内部流场信息和其对系统的影响则必须使用多维度方法进行考察,如病人的三维重建模型应用于其个性化的手术规划。

### 3.2 不足与展望

方法上,耦合过程中假设三维模型的管壁为刚性壁,忽略了血管的弹性及流体的相互作用,会给仿真带来不可避免的误差。在仿真过程中如果采用流固耦合(fluid solid interaction, FSI)方法来进行改善则会得到更为精确的结果,但是用 FSI 会大幅增加计算量。

所建立的是简化的集中参数模型和三维理想模型,在方法上讨论了基于时间步长的多维度耦合过程。但是,由于模块的从简、合并,简化的集中参数模型只能粗略反映搭桥管周围相关的压力流量波形,不能通过模拟得出某些数据,如上、下腔静脉流量和左、右肺动脉分流比等。这可以通过增加每单元模块中弹性腔模型和细化各模块结构得到改进。

运用多维度方法同时分析局部和整体的血流动力学,可为心血管手术规划提供决策依据,该方法有可能成为预测医学研究中的一个热点。以本方法作为研究基础,本课题组正在构建单心室等先心病病人术前集中参数模型和手术部位的真实三维模型,采用几何多维度耦合仿真的方法实现基于血流动力学优化的单心室手术规划。

### 参考文献:

[1] Anderson Rh, Cook AC. Morphology of the functionally univentricular heart [J]. *Cardiol Young*, 2004, 14(S1): 3-12.  
[2] Sundareswaran KS, de Zelicourt D, Pekkan K, *et al.* Anatomically realistic patient-specific surgical planning of complex congenital heart defects using MRI and CFD [J]. *Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc*, 2007: 202-205.  
[3] Karpelowsky J. Paediatric thoracoscopic surgery [J]. *Paediatr Respir Rev*, 2012, 13(4): 244-251.

[4] Kim SM, Park SY. A study of systemic-to-pulmonary artery shunt deformation shape by CFD (Computational Fluid Dynamics) [J]. *Int J Precise Eng Man*, 2010, 11(1): 137-143.  
[5] Ruffer A, Danch A, Gottschalk U, *et al.* The Norwood procedure-Does the type of shunt determine outcome [J]. *Thorac Cardiovasc Surg*, 2009, 57(5): 270-275.  
[6] 赵夕, 刘有军, 白帆, 等. 双向双侧格林手术的数值研究 [J]. *医用生物力学*, 2012, 27(5): 488-494.  
Zhao X, Liu YJ, Bao F, *et al.* Numerical study on bilateral bidirectional Glenn shunt [J]. *J Med Biomech*, 2012, 27(5): 488-494.  
[7] 史正涛, 李志勇. 腹主动脉瘤的数值计算模型比较研究 [J]. *医用生物力学*, 2012, 27(5): 495-500.  
Shi ZT, Li ZY. Comparison between computational models of abdominal aortic aneurysm [J]. *J Med Biomech*, 2012, 27(5): 495-500.  
[8] 付文字, 殷文聪, 乔爱科. 支架介入治疗颈内动脉狭窄和动脉瘤对动脉瘤壁面压力的影响 [J]. *医用生物力学*, 2012, 27(5): 501-504.  
Fu WY, Yin WC, Qiao AK. Effect on aneurysmal pressure after stent intervention treatment for aneurysm accompanied by stenosis [J]. *J Med Biomech*, 2012, 27(5): 501-504.  
[9] Nordgaard H, Swillens A, Nordhaug D, *et al.* Impact of competitive flow on wall shear stress in coronary surgery: Computational fluid dynamics of a LIMA-LAD model [J]. *Cardiovasc Res*, 2010, 88(3): 512-519.  
[10] Marsden AL, Vignon-Clementel IE, Chan FP, *et al.* Effects of exercise and respiration on hemodynamic efficiency in CFD simulations of the total cavopulmonary connection [J]. *Ann Biomed Eng*, 2007, 35(2): 250-263.  
[11] Corsini C, Cosentino D, Pennati G, *et al.* Multiscale models of the hybrid palliation for hypoplastic left heart syndrome [J]. *J Biomech*, 2011, 44(4): 767-770.  
[12] Pietrabissa R, Mantero S, Marotta T, *et al.* A lumped parameter model to evaluate the fluid dynamics of different coronary bypasses [J]. *Med Eng Phys*, 1996, 18(6): 477-484.  
[13] Suter SP, Skalak R. The history of poiseuille's law [J]. *Annu Rev Fluid Mech*, 1993, 25(1): 1-19.  
[14] Ferreira A, Chen SH, Simaan MA, *et al.* A nonlinear state-space model of a combined cardiovascular system and a rotary pump [M]. *New York: IEEE*, 2005: 897-902.  
[15] Migliavacca FMF, Pennati GPG, Dubini GDG, *et al.* Modeling of the Norwood circulation: Effects of shunt size, vascular resistances, and heart rate [J]. *Am J Physiol Heart Circ Physiol*, 2001, 280(5): H2076-H2086.  
[16] He XY, Luo LS. Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation [J]. *Phys Rev E*, 1997, 56(6): 6811-6817.  
[17] Qian YH, DHumières D, Lallemand P. Lattice BGK models for navier-stokes equation [J]. *Europhys Lett*, 1992, 17(6): 479-484.