

文章编号:1004-7220(2012)06-0624-07

时域有限差分法研究长骨中的超声导波

张正罡, 他得安

(复旦大学 电子工程系, 上海 200433)

摘要: **目的** 基于时域有限差分(finite-difference time-domain, FDTD)法研究长骨弹性模量对超声导波传播特性的影响,为早期骨质疲劳的超声导波检测方法提供理论依据。**方法** 对长骨进行理论建模,并对不同弹性模量下的长骨模型进行FDTD仿真;通过对仿真数据的分析,计算出不同模式导波的相速度、群速度、中心频率及能量等特性参数。**结果** 长骨的弹性模量与超声导波的传播特性参数密切相关,各个导波模式的相速度、群速度、中心频率和能量均随弹性模量的减小而减小,其中 $L(0,5)$ 模式的变化趋势最为显著。**结论** 超声导波的传播特性参量能反映出长骨弹性模量的变化,进而为长骨早期疲劳诊断提供了一种可能的方法。

关键词: 弹性模量;长骨;超声导波;时域有限差分;仿真

中图分类号: R 318.01 文献标志码: A

Ultrasonic guided waves in long bones based on finite-difference time-domain method

ZHANG Zheng-gang, TA De-an (Department of Electronic Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: **Objective** To discuss the effects of elastic modulus on propagation characteristics of ultrasonic guided waves in long bones based on finite-difference time-domain (FDTD) method, so as to provide the theoretical references for evaluating bone fatigue damage at the early stage. **Methods** A cylinder was used to model the long bone, and FDTD method was used to simulate the long bone with different elastic modulus. Then, the propagation characteristics of different guided wave modes were calculated, including the phase velocity, the group velocity, the central frequency and the energy. **Results** The elastic modulus of long bones was closely related with the propagation characteristics of ultrasonic guided waves. The phase velocity, the group velocity, the central frequency and the energy were all reduced with the decrease in elastic modulus, and the variation tendency of $L(0,5)$ mode was the most obvious. **Conclusions** The propagation of ultrasound guided waves can reflect the variation of elastic modulus of long bones, which provides a possible way to evaluate the fatigue damage at the early stage in long bones.

Key words: Elastic modulus; Long bones; Ultrasonic guided waves; Finite-difference time-domain (FDTD); Simulation

疲劳性骨折是因为受到长期、反复、持续的应力导致骨骼异常疲劳,并失去正常弹性抵抗力而发生的慢性骨折,在长期负重训练(如军训、体育训练、舞蹈、体操等)中较为常见,多发生于下肢长骨,如胫骨、股骨等,国内报道新兵疲劳骨折发病率为

15%~32%,国外报道为5%~24%^[1]。如果训练人员能及时发现初期症状并采取积极措施可以有效地降低损伤程度。因此,如何对早期骨疲劳损伤进行诊断对于合理的安排训练计划以及预防骨折都具有重要的意义。

收稿日期:2012-01-04; 修回日期:2012-02-27

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11174060),教育部博士点基金(20110071130004),教育部新世纪优秀人才项目(NCET-10-0349)。

通讯作者:他得安,教授,博士研究生导师,Tel:(021)55664473-1; E-mail:tda@fudan.edu.cn。

长骨的疲劳损伤与骨组织微观结构的破坏有关。目前,临床常用影像学的方法对疲劳损伤进行诊断,主要有 X-ray、CT、MRI 等,这些方法的分辨率较低,很难检测出细小骨质的变化,且存在电离辐射、设备复杂、费用昂贵等缺点,不能满足实时测量的要求。骨疲劳损伤的外因是连续高强度的运动,内因则是其材料生理参数(强度、刚度等)的改变。在早期骨质疲劳损伤的检测方面,骨材料生理参数的变化比直接成像的方法更有优势。目前,国内外关于骨疲劳检测的研究主要是分析当骨发生疲劳时其生理参数的变化规律^[2-3];其中,长骨弹性模量的损失较为明显,可作为衡量骨疲劳程度的宏观参量^[4-5]。但对于如何对这些生理参量进行准确、有效测量的研究却较少。

近年来,超声在评价骨质方面引起了广泛的重视,具有无损、便携、价廉等优点^[6]。其中,超声导波能够反映整个波导(即长骨)内部的完整信息,对骨生理参量的变化非常敏感,在长骨评价方面具有独特的优势^[7-9]。在骨的建模仿真方面,有限元的方法常被用来分析骨的力学性能以及结构特性^[10-11];但对于声场的传播问题,时域有限差分(finite-difference time-domain, FDTD)的方法更加直观有效。本文从长骨弹性模量的角度出发,采用 FDTD 方法对长骨中的超声导波进行仿真,以期通过超声导波的方法检测出长骨弹性模量的变化,进而达到早期诊断骨质疲劳的目的。

1 长骨建模与仿真

1.1 长骨建模和数值计算

当超声纵波在有边界的介质中传播时,会在边

表 1 圆管模型的结构和材料参数

Tab. 1 Material and structure parameters of the pipe model

| 参数 | 内径, a/mm | 厚度, h/mm | 密度, $\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 弹性参量 | | 黏弹性参量 | |
|----|-------------------|-------------------|---|-------|----------------|--|---|
| | | | | ν | E/GPa | $\varphi/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{cm}^{-2})$ | $\eta/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{cm}^{-2})$ |
| 数值 | 15 | 3 | 1.85 | 0.37 | 8.59 | 0.1 | 40 |

根据波动方程以及边界条件,可求出导波的理论解析解^[8]。本文假定其他参数不变,分别设置弹性模量为初始值的 20% ~ 100% 时,计算出不同模式导波相速度和群速度的理论频散曲线,以便与仿真的结果进行对比。弹性模量 E 、泊松比 ν 与拉梅

常数发生反射和折射,并伴随着纵波与横波间的转换,当反射波和折射波再次遇到新的边界时,又会产生新的反射波和折射波,这样不断地反射和折射,最终相同相位的横波和纵波会发生耦合而形成导波。人体长骨是近似的管状结构,故本文用圆管来近似模拟长骨(见图 1),其中 a 为内径, h 为厚度。超声在管状介质中传播时会形成管状导波,本文对其中呈轴对称的纵向导波模式进行研究,不同的模式记为 $L(0, n)$ 。其中 0 是周向阶次,说明 $L(0, n)$ 不绕管壁螺旋式传播,它的位移不随角度 θ 变化。整数 n 是计数变量($n = 1, 2, 3, \dots$),它反映该模式在管厚方向上的振动形态。

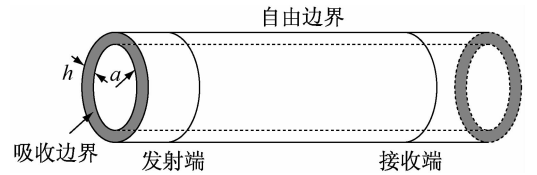


图 1 长骨模型

Fig. 1 Model of the long bone

假定长骨为均匀、各向同性的黏弹性材料,其声波波动方程为^[12-13]:

$$\left(\lambda + \mu + \varphi \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\eta}{3} \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{U}) + \left(\mu + \eta \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla \times \nabla \times \mathbf{U} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} \quad (1)$$

式中: \mathbf{U} 为声波的位移矢量; ρ 为骨材料的密度, λ 和 μ 为拉梅常数, φ 和 η 为黏度系数。具体的数值见表 1^[14-15]。

常数的转换公式为:

$$\left. \begin{aligned} E &= \mu(3\lambda + 2\mu) / (\lambda + \mu) \\ \nu &= \lambda / [2 \times (\lambda + \mu)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

1.2 有限差分仿真

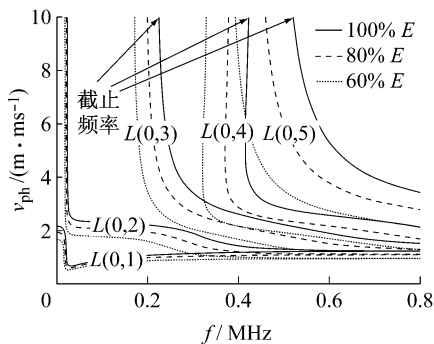
采用有限差分法对长骨中的导波进行仿真,仿

真程序由 Matlab 编制。采用二阶中心差分离散把式(1)中的空间微分和时间微分都转化为差分方程来求解^[16],圆管内外表面为自由边界,左右两端设为吸收边界以防止反射回波的干扰(见图1)。激励源为中心频率 0.5 MHz, 3 个周期的高斯脉冲信号,仿真时间为 250 μs ,接收端与发射端的距离从 100 mm 逐渐增加至 180 mm(间隔为 10 mm)。

在仿真得到的时域信号中,不同模式的导波混叠在一起,且各自含有与弹性模量有关的信息,本文首先对该信号进行 Gabor 时频变换,在时频域中采用提取脊线的方法对不同模式的导波进行分离^[17],然后计算出不同模式导波各自的传播特性参数(中心频率、能量、相速度、群速度),并进一步研究这些参数与弹性模量的关系。

对某一模式导波的频谱进行拟合,包络的最大值点对应的频率即为该模式导波的中心频率,导波的能量可由其时域信号幅度的平方对时间的积分求得。本文采用相频谱法求导波的相速度,其基本原理为:在导波传导方向的不同位置处接收同一导波信号,并对接收到的信号分别进行相位展开,则导波相速度与频率的关系可由下式计算^[8]:

$$v_{ph}(f) = 2\pi f \Delta l / \Delta \theta \quad (3)$$



(a) 相速度

式中: Δl 为导波的传播距离之差, $\Delta \theta$ 为相位变化量。

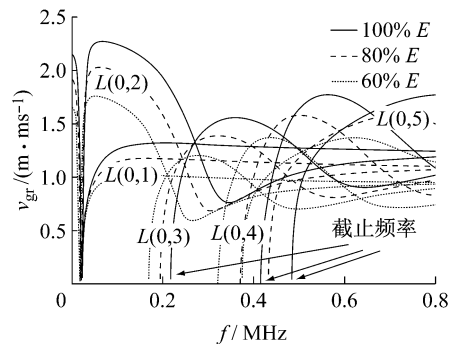
在 Gabor 时频域中,导波中心频率对应的时间坐标记为 t_c ,则导波群速度为^[18]:

$$v_{gr} = l / t_c \quad (4)$$

式中: l 为导波的传播距离。

2 结果与分析

图 2 为不同弹性模量下、不同导波模式相速度图 2(a) 和群速度图 2(b) 的频散曲线。可以看到,除 $L(0,1)$ 和 $L(0,2)$ 外,其他模式都存在截止频率,在该截止频率处,相速度趋于无穷大,而群速度趋于零,且导波模式的阶次越高,截止频率越大,本文仅对低频范围(0~0.8 MHz)内的 $L(0,1) \sim L(0,5)$ 模式加以研究。当弹性模量降低时,各个导波模式的频散曲线都会向低频方向移动,截止频率会相应的变小,相速度和群速度的数值也会减小。对于相速度,导波模式的阶次越高,整个频散曲线随弹性模量的变化越显著,而群速度由于频散曲线自身呈非单调变化,所以不同阶次模式导波的变化幅度与频率有关。



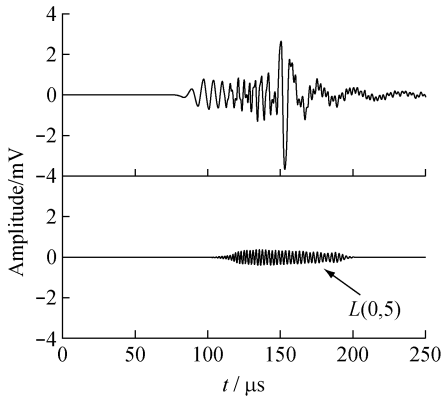
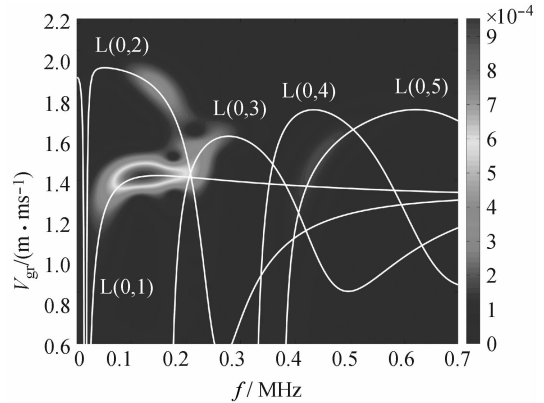
(b) 群速度

图 2 导波速度与弹性模量的关系

Fig. 2 Relationship between guided wave velocity and elastic modulus (a) Phase velocity, (b) Group velocity

图 3(a) 为弹性模量为初始值的 60%, 传播距离为 150 mm 时的仿真信号和分离出的 $L(0,5)$ 模式,图 3(b) 为仿真信号的 Gabor 时频图(时间坐标转化为群速度坐标)以及对应的群速度理论频散曲线。由于不同导波模式的截止频率、传播速度以及衰减特性均不相同,所以各个导波模式分布在时频域的特定范围内,且与理论频散曲线非常吻合。

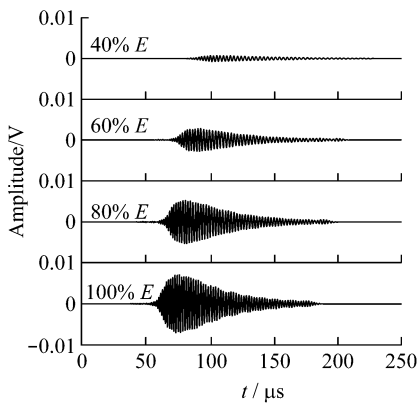
图 4(a) 为不同弹性模量下,传播距离为 100 mm 时, $L(0,5)$ 模式的时域波形,可以看出,随着弹性模量的降低, $L(0,5)$ 模式导波的幅度减小,且传播时间变长,时间域变宽。对该导波进行频谱分析(见图 4(b)),截止频率以下的频率分量几乎为 0,所以整个频谱呈锯齿状;当弹性模量降低时,频谱的形状基本保持不变,但会向低频移动,且幅度有明

(a) 所有模式时域波形和 $L(0,5)$ 模式时域波形

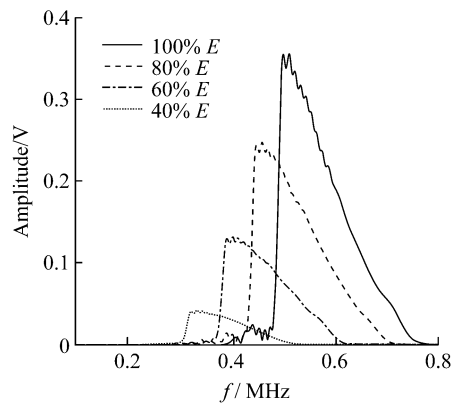
(b) 所有导波模式的 Gabor 时频图和群速度理论频散曲线

图 3 弹性模量为初始值的 60%、传播距离为 150 mm 时的仿真结果

Fig. 3 Simulated results when elastic modulus was 60% of the initial value and the propagation distance was 150 mm (a) Time domain signal of all modes and the $L(0,5)$ mode, (b) Gabor time-frequency graph and theoretical dispersion curves of group velocities for all guided wave modes



(a) 时域波形



(b) 频谱图

图 4 不同弹性模量下,传播距离为 100 mm 时, $L(0,5)$ 模式的时域波形和频谱图

Fig. 4 Time domain signal and frequency spectrum of $L(0,5)$ mode with different elastic modulus when the propagation distance was 100 mm

(a) Time domain signal, (b) Frequency spectrum

显的降低。

不同的模式导波的传播特性参数(中心频率、相速度、群速度、能量)的数值以及与弹性模量的变化关系均不相同。

(1) 中心频率:当传播距离为 100 mm 时, $L(0,1)$ 、 $L(0,2)$ 、 $L(0,5)$ 3 个模式导波的中心频率与弹性模量的关系如图 5 所示。3 个导波模式的中心频率均随弹性模量的减小而减小,其中 $L(0,5)$ 模式的中心频率较高,且变化的范围较大,而 $L(0,1)$ 和 $L(0,2)$ 模式的中心频率比较接近,并且变化的趋势不明显。

(2) 能量:传播距离为 160 mm 时,导波的能量与弹性模量的关系如图 6 所示。当弹性模量减小时, $L(0,1)$ 、 $L(0,2)$ 及 $L(0,5)$ 模式导波的能量均会减小,其中 $L(0,1)$ 模式的能量最大, $L(0,2)$ 次之, $L(0,5)$ 模式的能量最小。 $L(0,1)$ 和 $L(0,5)$ 模式随弹性模量的变化较为显著, $L(0,2)$ 随弹性模量的变化不明显。

(3) 相速度:图 7 为由仿真数据计算出的 $L(0,1)$ 、 $L(0,2)$ 及 $L(0,5)$ 3 个模式导波的相速度与频率的关系以及对应的理论相速度频散曲线。可以看出,仿真结果与理论计算的结果十分吻合。3 个模

式导波在中心频率处的相速度与弹性模量的关系如图8所示,误差条表示不同传播距离(100~180 mm)计算结果的标准差。3个模式的相速度均随弹性模量的减小而降低,其中 $L(0,5)$ 模式的相速度较大,随弹性模量的变化趋势也较为明显, $L(0,2)$ 模式次之, $L(0,1)$ 模式几乎不变。

(4) 群速度:图9为 $L(0,1)$ 、 $L(0,2)$ 及 $L(0,5)$

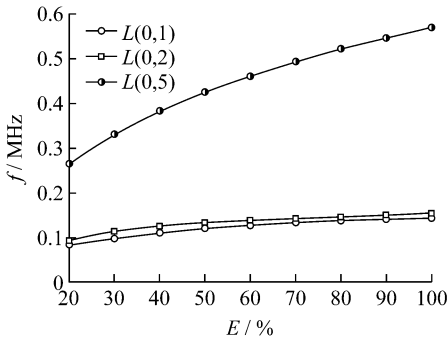


图5 不同模式导波中心频率与弹性模量的关系

Fig. 5 Relationship between central frequencies and elastic modulus under different guided modes

3个导波模式的群速度与弹性模量的关系,误差条为不同传播距离处(100~180 mm)计算结果的标准差。可以看出,当弹性模量减小时,这3个模式的群速度均会降低,其中 $L(0,5)$ 模式群速度的值最大,且变化较为明显;而 $L(0,1)$ 和 $L(0,2)$ 群速度的值比较接近,变化不明显。

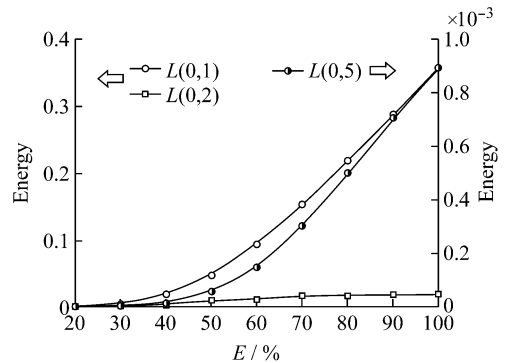


图6 不同模式导波能量与弹性模量的关系

Fig. 6 Relationship between energy and elastic modulus under different guided modes

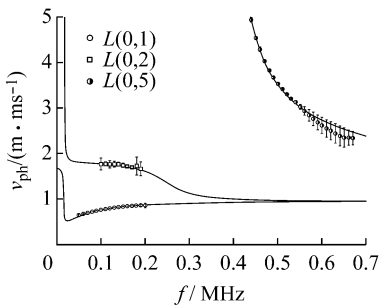


图7 仿真相速度与频率的关系以及理论相速度频散曲线

Fig. 7 Relationship between phase velocity and frequency, and dispersion curve of theoretical phase velocity

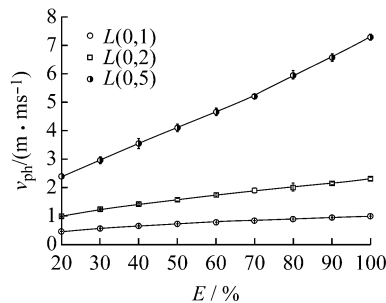


图8 不同模式导波中心频率处的相速度与弹性模量的关系

Fig. 8 Relationship between phase velocity of central frequency and elastic modulus under different guided modes

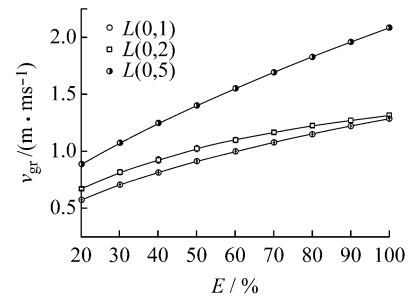


图9 导波群速度与弹性模量的关系

Fig. 9 Relationship between group velocity of guided waves and elastic modulus

3 讨论

当长骨发生疲劳时,骨组织的力学特性也会发生相应的改变,这些改变会对超声导波的传播特性产生影响。本文对长骨弹性模量与导波传播特性的关系进行了仿真研究。结果显示,当长骨的弹性模量降低时,导波的中心频率、能量、相速度、群速度等都会相应的减小。这是由于当导波在黏弹性的长骨

中传播时,应变落后于应力,一部分机械能会转化为内能而发生耗散,若弹性模量变小,应变增大,则导波的衰减越严重,最后接收到的能量也就越小;并且,当应变增大时,导波振动的周期变大,频率会减小。从微观角度来看,弹性模量表示了质点之间结合力的大小,模量越大,结合力越强,弹性模量的降低意味着长骨中相邻质点结合力变弱。因此,正在振动的质点更难引起相邻质点的振动,导波就更

难向前传播,在宏观上就表现为相速度和群速度的减小。

不同导波模式的能量大小与激励频率以及各自的传播特性有关。一般来说,激励频率越大,衰减越严重,各个模式导波的能量都会减小;而当激励固定时,高频成分衰减较大,高阶模式导波的能量会较小。本文中,虽然激励源的中心频率为 0.5 MHz,但由于衰减,接收信号的大部分能量分布在低频段内(0.3 MHz 以下),主要有 $L(0,1)$ 和 $L(0,2)$ 两个模式;而在高频段(0.3 ~ 0.7 MHz),只有 $L(0,5)$ 模式,且能量较小。此外,不同模式导波对弹性模量变化的敏感性也不相同,模式阶次越高,传播特性参数随弹性模量的变化趋势越明显。虽然 $L(0,5)$ 模式的能量较小,但其随弹性模量的变化却最为显著。

因此,通过超声导波的方法的确能够反映出长骨弹性模量的变化,从而对长骨的疲劳程度做出评价,这对于骨疲劳的早期诊断具有重要的实际应用价值。然而本文采用的模型是比较简单的圆管状模型,忽略了长骨结构的不规则性以及骨材料的各向异性等因素,且未考虑骨材料的其他参数(密度、泊松比等)对导波的影响,这些对结论会有一些的影响。另一方面,当长骨的弹性模量降低至一定程度时,长骨的某些部位会发生骨折而产生较大的裂纹。当超声导波遇到这些裂纹时,会发生反射以及模式转化等现象,最终会使导波的传播速度减慢,相位延后,能量变小,这对本文的结论亦会有一些的影响。如何考虑这些因素,建立一个比较完善的长骨模型,将会是以后工作的重点。

4 结语

对长骨疲劳的早期诊断一直是运动医学的研究热点,本文采用时域有限差分仿真的方法对不同弹性模量下长骨中超声导波的传播特性进行了研究。结果表明,当长骨的弹性模量降低时,导波中心频率、相速度、群速度、能量都会随之减小。因此,可以从导波传播特性的变化反推出弹性模量的改变,进而对骨质疲劳做出诊断。

参考文献:

[1] 陈翼,李春梅,马黎明,等. 应力性骨折的多种影像诊断评

价[J]. 中国骨伤, 2008, 21(5): 385-386.

- [2] Landrigan MD, Li J, Turnbull TL, et al. Contrast-enhanced micro-computed tomography of fatigue microdamage accumulation in human cortical bone [J]. Bone, 2011, 48(3): 443-450.
- [3] Wynnyckyj C, Willett TL, Omelon S, et al. Changes in bone fatigue resistance due to collagen degradation [J]. J Orthop Res, 2011, 29(2): 197-203.
- [4] Farahani AV, Najmi H. A damage assessment model for cadaveric cortical bone subjected to fatigue cycles [J]. Int J Fatigue, 2010, 32(2): 420-427.
- [5] Landrigan MD, Roder RK. Systematic error in mechanical measures of damage during four-point bending fatigue of cortical bone [J]. J Biomech, 2009, 42(9): 1212-1217.
- [6] 王磊,张先龙,曾炳芳. 低强度脉冲超声对实验性骨质疏松症骨折愈合骨痂力学性能的影响[J]. 医用生物力学, 2005, 20(4): 235-238.
- Wang L, Zhang XL, Zeng BF. Biomechanical evaluation of the treatment for osteoporotic fracture in rats by low-intensity pulsed ultrasound [J]. J Med Biomech, 2005, 20(4): 235-238.
- [7] Xu KL, Ta DA, Wang WQ. Reflection and transmission characteristics of ultrasonic guided waves in fractured long bone [J]. Chin J Acoust, 2010, 29(3): 220-229.
- [8] Ta DA, Wang WQ, Wang YY, et al. Measurement of the dispersion and attenuation of cylindrical ultrasonic guided waves in long bone [J]. Ultrasound Med Biol, 2009, 35(4): 641-652.
- [9] Song XJ, Ta DA, Wang WQ. Analysis of superimposed ultrasonic guided waves in long bones by the joint approximate diagonalization of Eigen-matrices algorithm [J]. Ultrasound Med Biol, 2011, 37(10): 1704-1713.
- [10] 马信龙,付鑫,马剑雄,等. 股骨头内松质骨空间分布和力学性能变化有限元分析[J]. 医用生物力学, 2010, 25(6): 465-469.
- Ma XL, Fu X, Ma JX, et al. Finite element study on spatial distribution and mechanical properties of cancellous bone from femoral head [J]. J Med Biomech, 2010, 25(6): 465-469.
- [11] 罗青,王晓渡,荣起国. 利用有限元研究骨中显微损伤发展[J]. 医用生物力学, 2011, 26(5): 413-418.
- Luo Q, Wang XD, Rong QG. Finite element study on the microdamage progression within bone [J]. J Med Biomech, 2011, 26(5): 413-418.
- [12] Kaleva E, Liukkonen J, Töyräs J, et al. 2-D Finite difference time domain model of ultrasound reflection from normal and osteoarthritic human articular cartilage surface [J]. IEEE Trans UFFC, 2010, 57(4): 892-899.